Problemløser

Med målsøgning varieres indholdet i én af inputcellerne indtil det ønskede resultat - målet - er nået. Med PROBLEMLØSER er det muligt at variere - i Excelsprog: redigere (tidligere: justere) - *flere celler med flere betingelser* indtil det ønskede resultat er nået. Desuden kan PROBLEMLØSER finde maksimum- eller minimumværdier for målcellen, men naturligvis også en valgt værdi, ved at ændre værdierne i de indgående celler - f.eks. maksimere dækningsbidraget eller minimere tidsforbruget. Ligesom ved målsøgning er det dog en betingelse at målcellen er forbundet med de indgående celler med én eller flere formler. PROBLEMLØSER, der leveres sammen med Excel er udviklet af FRONTSYS - en uafhængig tredieparts leverandør.

🕮 PROBLEMLØSER (Solver) - Funktioner, Problemløser - Alt+kp

Produktionschefen i **Male- og Lakkompagniet** er ved at planlægge produktionen for produktet Malace for det næste halve år - se efterfølgende kalkule. Som startværdi har han valgt en hel vilkårlig produktion på 7000 l pr. måned. Produktionens størrelse er hans beslutningsvariabel - dvs. den størrelse, som han kan bestemme - og derfor er den markeret i grøn ramme. Produktionen plus lagerbeholdningen ved månedens begyndelse er den mængde, der er til rådighed til at imødekomme den forventede afsætning i række 6. Lagerbeholdningen ved månedens begyndelse er lig med foregående måneds slutlager og derfor indsættes i celle C4 formelen =B7 og kopieres til højre indtil juni - se formeloversigten i indsatte kolonne C til højre i figuren. I række 5 er beregnet hvor stor en mængde der er til rådighed med formelen =B3+B4 og tilsvarende for de følgende måneder. Den forventede afsætning i række 6 er taget fra virksomhedens salgsprognose. Trækkes afsætningen fra den mængde, der er til rådighed fås lagerbeholdningen ved månedens slutning - beregnet i række 7 med formelen =B5-B6 og tilsvarende i de øvrige måneder.

Efterfølgende er opstillet de begrænsninger, der er gældende. Den første er en maximal produktionskapacitet pr. måned på 10.000 l og den anden at hele efterspørgslen skal opfyldes. Ved at kræve at lageret ved månedens slutning skal være større end eller lig med 0, sikrer han at den til rådighed værende mængde produkter altid vil være større end eller lig med den forventede afsætning dvs. virksomheden kan imødekomme hele efterspørgslen efter Malace.

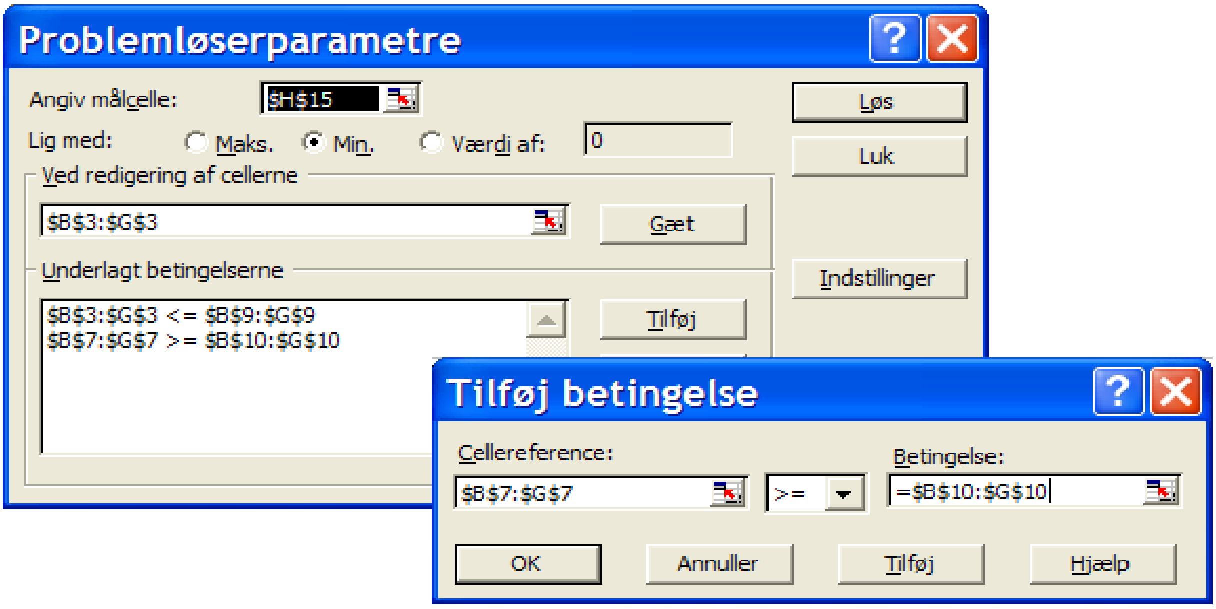
Udover at dække den forventede afsætning er det hans mål at gennemføre produktionen så billig som mulig, og han beregner derfor de samlede produktions- og lageromkostninger i rækkerne 12 , 13 og 14. Materialeomkostningerne er 6 kr. pr. l, lønomkostningerne er 9 kr. pr. l og lageromkostningerne er 2 kr. pr l. I B12 og B13 beregnes produktionsomkostninger med formelen =B3*6 i B12 og formelen B3*9 i B13 og i B14 beregnes lageromkostningerne ved at gange lagerbeholdningen ultimo med 2: =B7*2 og fuldstændig tilsvarende for de efterfølgende måneder. Produktions- og lageromkostning pr. måned beregnes i række 15 ved at summere række 12, 13 og 14 for hver enkelt måned. De samlede omkostninger for hele halvåret er beregnet i H15 med formelen Sum(B15:G15) og det er den størrelse, han ønsker minimeret og derfor markeret med rød ramme.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Produktion og							
2	afsætning:	jan	feb	mar	apr	maj	jun	
3	Prod. normaltid	7.000	7.000	7.000	7.000	7.000	7.000	
4	Lager primo	0	1.000	2.500	2.000	-3.000	-9.000	
5	Rådighed	7.000	8.000	9.500	9.000	4.000	-2.000	
6	Afsætning	6.000	5.500	7.500	12.000	13.000	12.000	
7	Lager ultimo	1.000	2.500	2.000	-3.000	-9.000	-14.000	
8	Begræninger:							
9	Kap. normaltid	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000	
10	Min lager	0	0	0	0	0	0	
11	Økonomi:							
12	Materialer	42.000	42.000	42.000	42.000	42.000	42.000	
13	Lønomk.	63.000	63.000	63.000	63.000	63.000	63.000	
14	Lageromk.	2.000	5.000	4.000	-6.000	-18.000	-28.000	
15	Omk. i alt	107.000	110.000	109.000	99.000	87.000	77.000	589.000

C
feb
7000
=B7
=C3+C4
5500
=C5-C6
10000
0
=C3*6
=C3*9
=C7*2
=SUM(C12:C14)

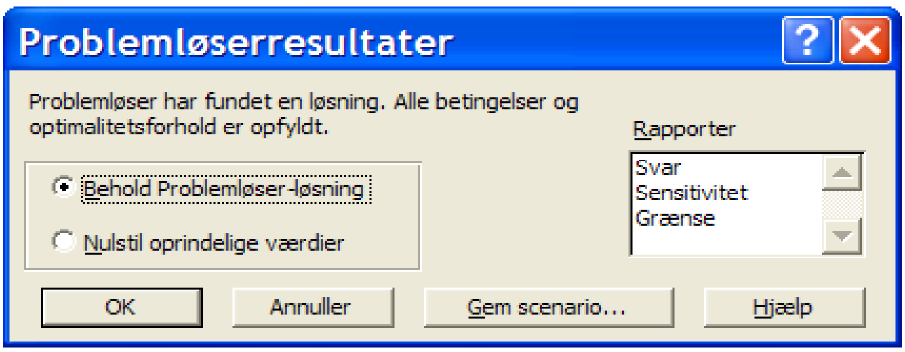
11. Problemløser

Det er helt klart at den valgte produktionsmængde ikke opfylder hans krav - lagerbeholdningen er negativ i flere tilfælde - men med PROBLEMLØSER kan den bedste løsning nemt findes. Med Alt+kp fås efterfølgende dialogboks.



Problemløsers dialogboks er opdelt i 3 sektioner. I første sektion udpeges målcellen H15 og ved klik i radioknappen Min vælges at målcellen skal minimeres. I næste sektion udpeges de celler Problemløser kan ændre for at finde det ønskede resultat, nemlig den månedlige produktion i cellerne B3:G3. I tredje sektion angives de begrænsninger, der er gældende for løsningen. Ved klik på Tilføj fremkommer en ny dialogboks og her kan begrænsningerne udpeges en efter en. Den første er produktionskapaciteten på 10.000 l pr. måned. Derfor udpeges produktionscellerne B3:G3 og som betingelse anvendes mindre end eller lig med kapaciteten i cellerne B9:G9. Ved klik på Tilføj tilføjes næste betingelse for ultimolageret i cellerne B7:G7, men da det skal være større end eller lig med 0 vælges denne betingelse og derefter begrænsningerne i cellerne B10:G10, OK

Ved klik på Løs fremkommer dialogboksen Problemløserresultater, der oplyser resultatet af beregningen - dvs. om der er fundet en løsning og om betingelser og optimalitetsforholdet er opfyldte. Endvidere er der mulighed for at vælge om man ønsker at beholde løsningen eller om man vil fastholde de oprindelige tal samt flere andre valgmuligheder. Som det fremgår dialogboksen har beregningen resulteret i en løsning - vist på næste side - med minimumomkostninger og som overholder de givne betingelser om produktionskapaciteten og minimumslagre



De samlede produktions- og lageromkostninger er beregnet til 877.000 kr. og det opnås ved at producere 6000 l i januar og 10.000 l i de efterfølgende måneder. Produktionen i januar svarer til månedens afsætning, men i februar og marts er produktionen væsentlig højere end afsætningen. Herved opbygges der lagre til at imødekomme efterspørgslen i april, maj og juni.

11. Problemløser

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Produktion og							
2	afsætning:	jan	feb	mar	apr	maj	jun	
3	Prod. normaltid	6.000	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000	
4	Lager primo	0	0	4.500	7.000	5.000	2.000	
5	Rådighed	6.000	10.000	14.500	17.000	15.000	12.000	
6	Afsætning	6.000	5.500	7.500	12.000	13.000	12.000	
7	Lager ultimo	0	4.500	7.000	5.000	2.000	0	
8	Begrænsninger:							
9	Kap. normaltid	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000	
10	Min lager	0	0	0	0	0	0	
11	Økonomi:							
12	Materialer	36.000	60.000	60.000	60.000	60.000	60.000	
13	Lønomk.	54.000	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000	
14	Lageromk.	0	9.000	14.000	10.000	4.000	0	
15	Omk. i alt	90.000	159.000	164.000	160.000	154.000	150.000	877.000

Lagerbeholdningerne ultimo måneden bekymrer ham dog noget - dels kræver denne produktionsplan meget større lagerkapacitet end det virksomheden har, dels medfører den meget store lageromkostninger i februar, marts og april.

Det er tydeligt for produktionschefen, at det er den begrænsede produktionskapacitet, der bevirker at lagerbeholdningerne bliver så store. Produktionskapaciteten kan dog udvides ved at medarbejderne arbejder på overtid, men overtidsbetalingen er 50% oven på den normale løn og overtiden kan ifølge aftale med medarbejderne ikke være på mere end 10% af den normale arbejdstid.

Han udvider derfor kalkulen til også at omfatte denne mulighed ved at indsætte en ny række til beregning af produktion på overtid. Hans beslutningsvariable bliver derfor hvor meget skal produceres på normaltid og hvor meget på overtid. Formlerne må naturligvis ændres i overensstemmelse hermed - dvs. rådighedsmængden bliver nu summen af produktion på normaltid, på overtid og lagerbeholdningen primo.

Efter rækken med normaltidskapaciteten indsættes en ny række til overtidskapaciteten på 10 % af normaltiden. Materialeomkostningerne i række 14 ændres til at omfatte produktion på normaltid og overtid - dvs. (B3+B4)*6 for januar og den kopieres til de øvrige måneder. Overtidsbetalingen er på 50% af normaltidsbetalingen - dvs. 50% af lønudgiften på 9 kr. pr. l = 4,50 kr. eller 13,50 pr. liter produceret på overtid. Han ændrer derfor formelen for lønomkostninger så den bliver 9 kr. pr. liter produceret i normal arbejdstid og 13,50 kr. pr. l produceret på overtid - se formellinien i efterfølgende figur.

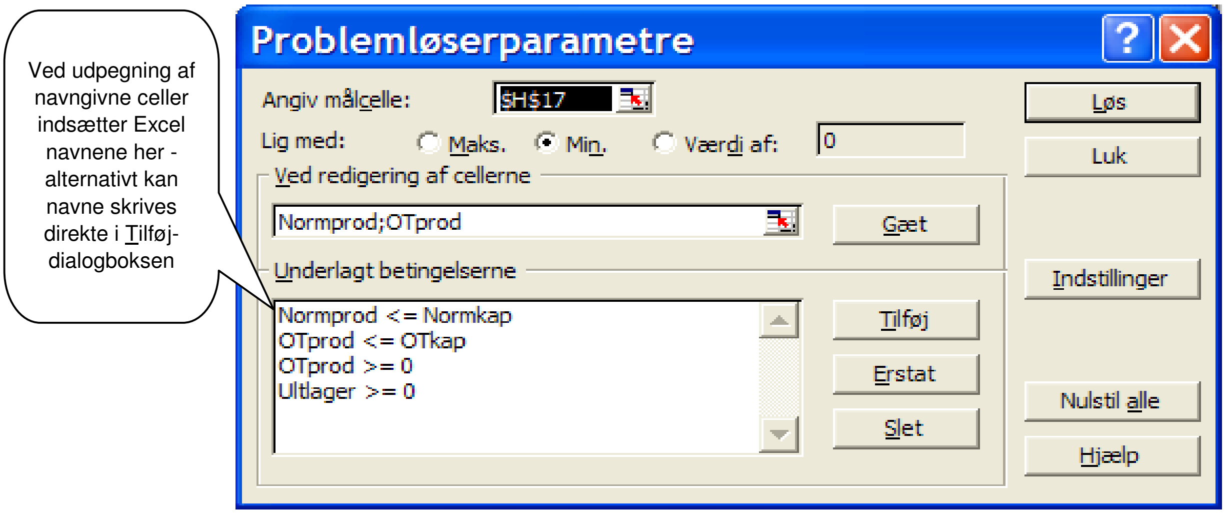
B15 = =B3*9+B4*13,5

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Produktion og							
2	afsætning:	jan	feb	mar	apr	maj	jun	
3	Prod. normaltid	6.000	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000	
4	Prod. overtid	0	0	0	0	0	0	
5	Lager primo	0	0	4.500	7.000	5.000	2.000	
6	Rådighed	6.000	10.000	14.500	17.000	15.000	12.000	
7	Afsætning	6.000	5.500	7.500	12.000	13.000	12.000	
8	Lager ultimo	0	4.500	7.000	5.000	2.000	0	
9	Begrænsninger:							
10	Kap. normaltid	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000	
11	Kap. overtid	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	
12	Minlager	0	0	0	0	0	0	
13	Økonomi:							
14	Materialer	36.000	60.000	60.000	60.000	60.000	60.000	
15	Lønomk.	54.000	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000	
16	Lageromk.	0	9.000	14.000	10.000	4.000	0	
17	Omk. i alt	90.000	159.000	164.000	160.000	154.000	150.000	877.000

Navneboks:
Normprod: B3:G3
OTprod: B4:G4
Normkap: B10:G10
OTkap: B11:G11
Ultlager: B8:G8

11. Problemløser

Inden han laver en ny beregning giver han de interessante områder navne med Alt+ind - se navne-boksen ovenfor. Det gør det meget nemmere at udfylde og forstå Problemløsers dialogboks. Problemløsers dialogboks udfyldes som før - dog er målcellen ændret til H17 fordi der er indsat 2 nye rækker. De celler der skal ændres, omfatter nu normaltidsproduktionen og overtidsproduktionen i cellerne B3:G4. Endelig skal der tilføjes 2 nye betingelser, nemlig at OTprod <= OTkap og at OTprod >=0. Sidste betingelse forhindrer Problemløser i at indregne negativ overtidsproduktion, som bevirker negativ lønomkostning og dermed påvirker de samlede omkostninger i nedadgående retning - se efterfølgende figur.

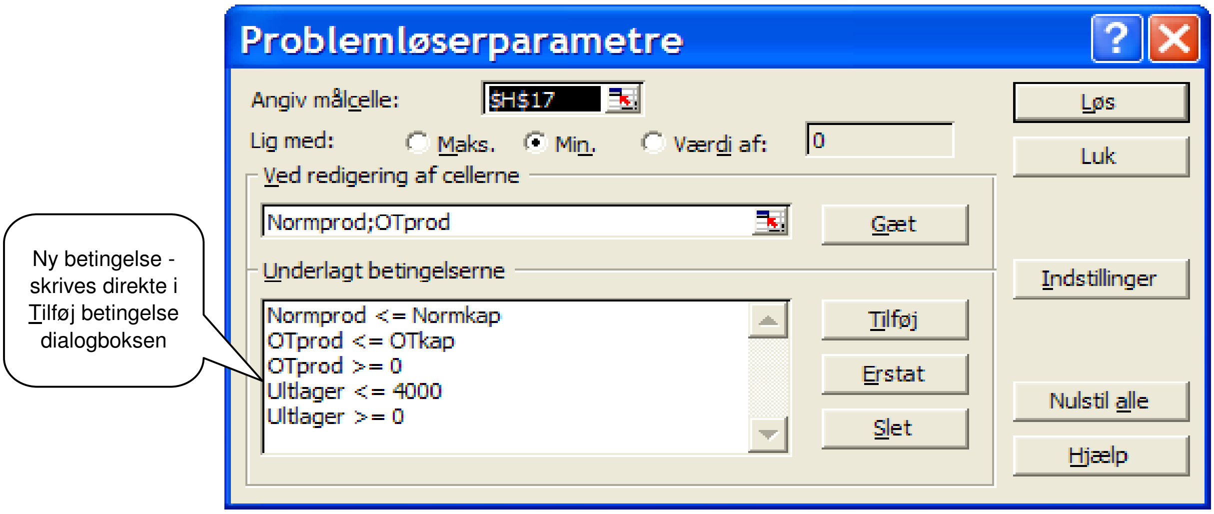


	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Produktion og							
2	afsætning:	jan	feb	mar	apr	maj	jun	
3	Prod. normaltid	6.000	8.000	10.000	10.000	10.000	10.000	
4	Prod. overtid	0	0	0	0	1.000	1.000	
5	Lager primo	0	0	2.500	5.000	3.000	1.000	
6	Rådighed	6.000	8.000	12.500	15.000	14.000	12.000	
7	Afsætning	6.000	5.500	7.500	12.000	13.000	12.000	
8	Lager ultimo	0	2.500	5.000	3.000	1.000	0	
9	Betingelser:							
10	Kap. normaltid	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000	
11	Kap. overtid	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	
12	Minlager	0	0	0	0	0	0	
13	Økonomi:							
14	Materialer	36.000	48.000	60.000	60.000	66.000	66.000	
15	Lønomk.	54.000	72.000	90.000	90.000	103.500	103.500	
16	Lageromk.	0	5.000	10.000	6.000	2.000	0	
17	Omk. i alt	90.000	125.000	160.000	156.000	171.500	169.500	872.000

Som det fremgår af løsningen er denne produktionsplan 5000 kr. billigere end den første. Planen viser, at der skal produceres 6000 l i januar, 8000 l i februar, 10.000 l i marts og april og 11.000 l i maj og juni og at alle betingelser er overholdt. Umiddelbart kan det forekomme overraskende at overarbejde kun anvendes i maj og juni og ikke marts og april med lagerbeholdninger på henholdsvis 5000 l og 3000 l. For at forstå planen må vi se på meromkostningerne pr liter. Ved at producere på overtid er meromkostningerne 4,50 kr. pr liter, men ved at bruge lagermuligheden er meromkostnin-gerne kun 2 kr. ved at overføre produktion fra den ene måned til den næste. Skal 1 liter oplagres i 2 måneder er meromkostningerne 4 kr. og er lagertiden 3 måneder er meromkostningerne altså 6 kr. - dvs. det er billigere at lagre 1 liter i 2 måneder end at producere 1 liter på overtid, men bliver lagertiden på 3 måneder er det billigere at producere på overtid. Den samlede besparelse i omkostningerne på 5000 kr. i forhold til plan 1 kan opgøres sådan:

Besparelser:	
1000 liter fra februar til maj	6.000 kr.
1000 liter fra februar til juni	8.000 kr.
Meromkostning:	
1000 liter på overtid i maj	4.500 kr.
1000 liter på overtid i juni	4.500 kr.
Samlet besparelse	5.000 kr.

Løsningen er dog ikke tilfredsstillende, idet lagertankenes kapacitet kun er på 4000 l og han tilføjer derfor denne betingelse i Problemløsers dialogboks og får efterfølgende løsning.



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Produktion og							
2	afsætning:	jan	feb	mar	apr	maj	jun	
3	Prod. normaltid	6.000	7.000	10.000	10.000	10.000	10.000	
4	Prod. overtid	0	0	0	1.000	1.000	1.000	
5	Lager primo	0	0	1.500	4.000	3.000	1.000	
6	Rådighed	6.000	7.000	11.500	15.000	14.000	12.000	
7	Afsætning	6.000	5.500	7.500	12.000	13.000	12.000	
8	Lager ultimo	0	1.500	4.000	3.000	1.000	0	
9	Betingelser:							
10	Kap. normaltid	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000	10.000	
11	Kap. overtid	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	
12	Minlager	0	0	0	0	0	0	
13	Økonomi:							
14	Materialer	36.000	42.000	60.000	66.000	66.000	66.000	
15	Lønomk.	54.000	63.000	90.000	103.500	103.500	103.500	
16	Lageromk.	0	3.000	8.000	6.000	2.000	0	
17	Omk. i alt	90.000	108.000	158.000	175.500	171.500	169.500	872.500

Tankkapaciteten på maximalt 4000 l medfører at produktionen i februar reduceres med 1000 l, som så må produceres på overtid i april og at omkostningerne stiger med 500 kr. til 872.500 kr. i alt. Det koster altså **Male og Lakkompagniet** 500 kr. at virksomhedens tankkapacitet er 1000 l under det maximale behov. Meromkostningen på 500 kr. kaldes *skyggeprisen* på tankkapaciteten. Skyggeprisen er den økonomiske gevinst virksomheden kan opnå ved at udvide tankkapaciteten med 1000 l og er derfor den pris virksomheden højest kan betale for en tank på 1000 l uden at forringe resultatet.

Lineær programmering

Økonomi kan defineres som læren om at få mest muligt ud af sine ressourcer og lineær programmering er verdens mest udbredte teknik hertil. Ordet programmering i lineær programmering har ikke noget med EDB-programmering at gøre. Det stammer fra britisk engelsk og betyder egentlig en detaljeret opgavebeskrivelse i rette linier, medens EDB-programmering er instrukser skrevet i maskinlæsbar kode til en computer.

Lineær programmering anvendes til løsning af mange vidt forskellige problemer. Blandt de mere traditionelle er planlægning af en produktion når kapaciteten er begrænset og som resulterer i en maximering af det økonomiske resultat. Er der kun en enkelt ressource, der er begrænsende for produktionen, er produktionsplanlægningen lige til - her vælges det eller de produkt(er), der maksimerer dækningsbidraget pr. kapacitetsenhed, f.eks. DB pr. maskintime, pr. arbejdstime, pr. kvadratmeter lagerplads. osv. Ved flere produkter, der bruger forskellige mængder af de samme ressourcers begrænsede kapaciteter er en optimal produktionsplanlægning derimod kun mulig med lineær programmering eller lign.

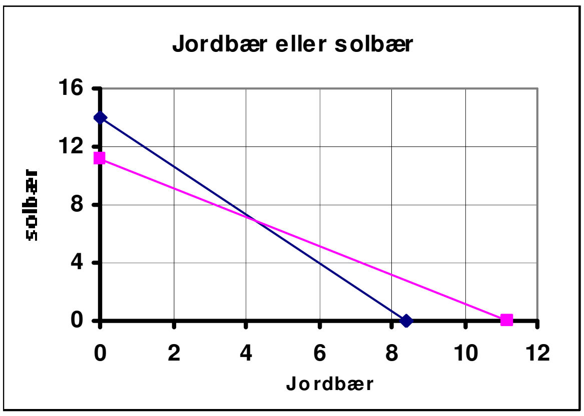
Bedstemor And's hjemmelavede marmelade.

Som nævnt er lineær programmering verdens mest udbredte optimeringsteknik - ja selv Bedstemor And kender sin lineær programmering og det er hun glad for. Hun har nemlig besluttet sig for at lave verdens bedste hjemmelavede Bedstemor And marmelade og planlægningen af en sådan produktion kan hun nemt udføre med lineær programmering.

Bag ved sin dejlige gård har hun en stor frugthave og frugterne herfra vil hun anvende til den hjemmelavede marmelade. Til at begynde med vil hun dog nøjes med at producere jordbær- og solbærmarmelade, men hun må naturligvis have hjælp til at fremstille marmeladen. Hun beslutter sig derfor til at invitere Anders, Rip, Rap & Rup, Andersine og Fætter Højben på en 7 uger betalt sommerferie på gården, så de kan hjælpe hende med at lave marmeladen. En arbejdsdag vil være 8 timer og med 5 arbejdsdage om ugen og i 7 uger vil den samlede arbejdstid, der er til rådighed blive: 8 timer à 60 min. i 5 dage og i 7 uger = 8 * 60 * 5 * 7 = 16800 minutter. Det er hendes plan at drengene skal plukke frugten, Anders skal transportere den fra plantagen til gården, hvor Andersine skal koge den til marmelade og Fætter Højben skal hælde marmeladen på glas

Hun regner med at Rip, Rap og Rup kan plukke 30 kg jordbær eller 50 kg solbær i timen - dvs. det tager dem 2 minutter (60 min/30 kg) at plukke 1 kg jordbær og 1,2 minutter (60/50) at plukke 1 kg solbær. Da de har i alt 16800 minutter til rådighed kan de altså plukke 16800/2 = 8400 kg jordbær eller 16800/1,2 = 14000 kg solbær. Men de kan naturligvis også dele tiden mellem jordbær og solbær - f.eks. plukke 6000 kg jordbær - det tager 2*6000=12000 min. Resttiden er (16800-12000) = 4800 min. og i den tid kan de plukke 4800/1,2 = 4000 kg solbær - dvs. deres arbejdstid kan beregnes sådan: 2 * kg jordbær + 1,2 * kg solbær - dog højest 16800 min. og den begrænsning afbilder hun med en blå linie i diagrammet. De kan altså plukke alle mængder på og under den blå linie.

Anders skal bære frugten hjem fra plantagen til Andersine og Bedstemor And regner med at han kan transportere 40 kg jordbær eller solbær i timen - dvs. det tager 60/40 = 1,5 min. at transportere 1 kg frugt. Da Anders ligesom de andre har 16800 min til rådighed kan han altså transportere 16800/1,5 = 11200 kg jordbær eller solbær eller en blanding af jordbær og solbær. Anders´ arbejdstid kan derfor beregnes sådan: 1,5*kg jordbær + 1,5*kg solbær - dog højest 16800 min. og den begrænsning afbilder hun med en lilla linie i diagrammet.

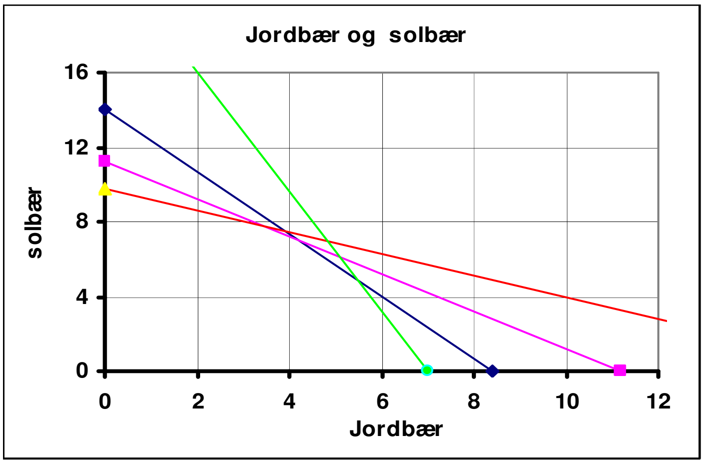


11. Problemløser

Allerede nu kunne Bedstemor And se at hendes problembeskrivelser i rette linier havde båret frugt. Af figuren kunne hun nemlig se, at drengene ikke udelukkende skal plukke solbær, for Anders kan slet ikke nå at transportere alle solbærrene hjem til Andersine. Men førend hun begyndte beregningen af fordelingen mellem jordbær og solbær må hun også vurdere hvor mange kg Andersine kan koge og Fætter Højben kan fylde på glas.

Da jordbærmarmelade skal indeholde hele frugtstykker, skal jordbærrene ikke koges så meget, og Andersine kan derfor koge 60 kg i timen. Solbærmarmelade skal koges mere i bund end jordbærmarmelade, så det er ikke muligt at koge mere end 35 kg. i timen - dvs. det tager 1 minut (60/60) at koge 1 kg jordbær og 1,714 minutter (60/35) at koge 1 kg solbær. Hun kan naturligvis også dele sin tid mellem jordbær og solbær og da hun også har 16800 min. til rådighed kan hun altså nå at koge 16800 kg jordbær (16800/1) eller 9802 kg solbær (16800/1,714) eller en blanding af jordbær og solbær.
Hendes arbejdstid vil derfor være:
1* kg jordbær + 1,714 * kg solbær - dog højest 16800 min.

Når frugten er kogt skal Fætter Højben til sidst fylde marmeladen på glas. Da jordbærmarmeladen er meget tyk, kan han kun fylde 25 glas på en time. Solbærmarmeladen derimod er noget tyndt stads, så af det kan han fylde 80 glas i timen. Da påfyldning af 1 glas jordbær tager 2,4 minutter (60/25) kan han højest fylde 16800/2,4 = 7000 glas jordbær eller da påfyldning af 1 glas solbær tager 0,75 min. (60/80) kan han højest fylde 16800/0,75 = 22400 glas solbær. Hans arbejdstid kan altså beregnes sådan:
2,4 * kg jordbær + 0,75 * kg solbær - dog højest 16800 min.

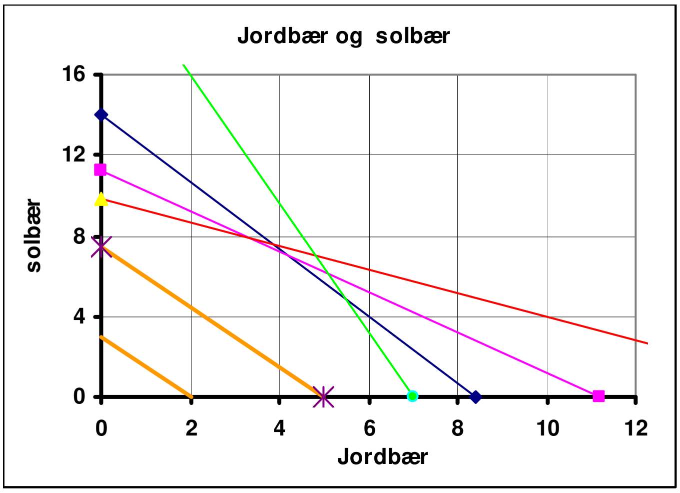


Bedstemor And plotter kogningen ind med en rød linie og påfyldningen med en grøn line i diagrammet og nu kan hun klart se, at hun højest kan producere 7000 glas jordbær - det højeste antal glas Fætter Højben kan fylde eller højest 9802 kg solbær - det højeste Andersine kan nå at koge. En kombination af jordbær og solbær er naturligvis også en mulighed, men kun et blandingsforhold som ligger på eller indenfor for alle linier vil være mulig, men hvilken kombination skal hun vælge?

Bedstemor And skal naturligvis vælge den produktion, der giver det største dækningsbidrag. Hun opstiller derfor en dækningsbidragskalkule for de 2 marmelader. Salgsprisen pr. glas sætter hun til 21 kr. for jordbærmarmeladen og 14 kr. for solbærmarmeladen. Hun skal bruge 1 kg bær til 1 glas marmelade, men da hun selv har avlet bærrene, har de ikke en købspris. Hvis hun solgte bærrene direkte på markedet, kunne hun få 8 kr. for 1 kg jordbær og 4 kr. for 1 kg solbær, så derfor sætter hun omkostningerne til bærrene til den pris hun kunne have fået for dem ved direkte salg - dvs. bærrenes alternative pris. 1 glas koster 2 kr. og transportomkostningerne til køberne anslår hun til at være 1 kr. pr. glas. Desuden mener hun at hendes flittige gæster udover lønnen også skal have en bonus på 1 kr. pr. glas. Dækningsbidraget for 1 glas jordbærmarmelade er derfor 9 kr. og 6 kr. for 1 glas solbærmarmelade - se kalkulationen i figuren på næste side - dvs. det samlede dækningsbidrag altså kan beregnes som:
9 * glas jordbærmarmelade + 6 * glas solbærmarmelade = DB
En produktion på 1000 glas jordbærmarmelade og 1500 glas solbærmarmelade vil derfor give et DB på 9*1000+6*1500 = 18.000 kr., men et DB på 18.000 kr. kan også opnås ved at producere 2000 glas jordbærmarmelade og 0 solbærmarmelade eller 3000 glas solbærmarmelade og 0 jordbærmarmelade.

11. Problemløser

Et DB på 45.000 kr. kan opnås med 5000 glas jordbær- eller 7500 glas solbærmarmelade eller forskellige kombinationer. Hun plotter disse 2 muligheder ind i diagrammet - de 2 tykke orange linier og nu kan hun se at maximering af DB er ensbetydende med at forskyde den orange linie så langt til højre som muligt, men produktionen skal dog holdes indenfor de arbejdstidsrammer hun har lavet for sine medhjælpere. Det optimale produktionsmix skal altså findes der hvor den orange linie lige netop berører de begrænsende arbejdstidsrammer. Bedstemor And kan godt selv beregne hvilket punkt, der maximerer hendes DB, men det er meget hurtigere og sikrere, at gøre det med Excels Problemløser.



Hun opstiller derfor problemet på en overskuelig måde i et regneark. Først hvor meget tid det kræver at producere de 2 marmelader sammenholdt med de begrænsninger, der er på arbejdstiden og derefter en kalkule for beregning af dækningsbidraget og endelig vil hun gerne vide hvad det endelige resultat bliver. Opgaven er altså at beregne hvilken kombination af jordbær- og solbærmarmelade, som giver det største dækningsbidrag uden at hun overskrider den maximale arbejdstid, som hendes medhjælpere har til rådighed.

Hendes beslutningsvariable er hvor mange kg jordbær og solbær, der skal plukkes. Til opstilling af formlerne vælger hun 1 kg af hver slags - det gør det meget nemt at se om formlerne er rigtige, men hun kunne naturligvis have valgt nogle fuldstændige vilkårlige tal i stedet for. Som tidligere beregnet bruger drengene 2 min. på 1 kg jordbær og 1,2 min. på 1 kg solbær og den samlede arbejdstid beregner hun i D4 med en SUMPRODUKT-formel, der ganger antal plukkede kg med antal minutter pr. kg - dvs. hun får 1 kg jordbær * 2 min + 1 kg solbær * 1,2 min = 3,2 min. i alt. På samme måde beregner hun arbejdstiden for Anders, for Andersine og for Fætter Højben. Den maximale arbejdstid er 16800 min. og når hun trækker arbejdstiden fra den kan hun se hvor mange minutter de hver især har i overskud ved enhver produktion.

Bonusløn til medhjælperne og det samlede dækningsbidrag beregner hun også med en sumprodukt-formel, der ganger antal kg plukkede bær med bonus og dækningsbidraget pr. glas - se efterfølgende figur. Til sidst opstiller hun en resultatopgørelse, der sammenfatter hendes indtægter og omkostninger.

Med Alt+kp aktiverer hun Problemløsers dialogboks og udfylder den ved udpegning som vist nedenfor - dvs. Maks. DB i målcelle D15 ved at ændre produktionsmængden i B3:C3, men uden at overskride den maximale arbejdstid, der indsættes med Tilføj-dialogboksen. Når Problemløser skal løse *lineære* programmeringsproblemer skal den indstilles og det gøres i Indstillings-dialogboksen og her markeres Antag lineær model og Antag ikke-negativitet - der kan ikke produceres negative mængder. Ved klik på Løs fås efterfølgende løsning.

11. Problemløser

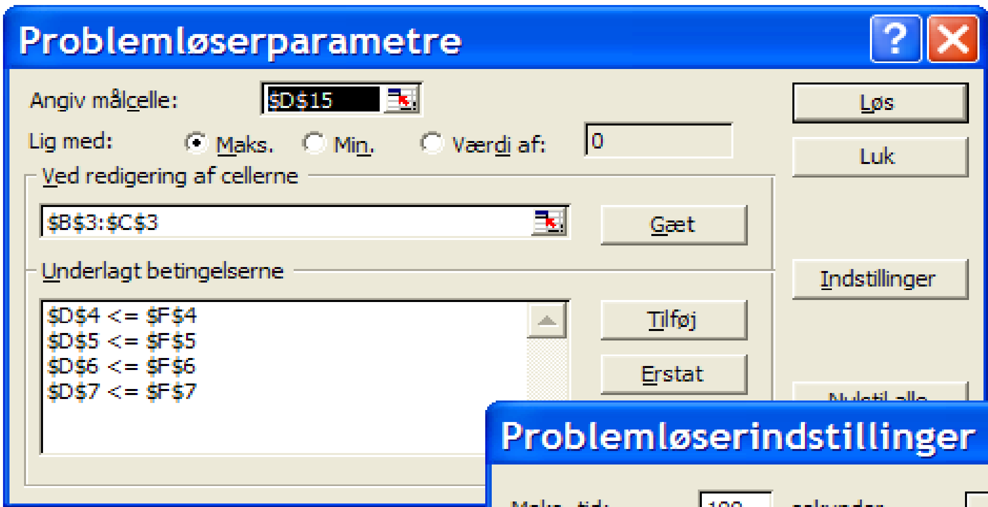
D4 = =SUMPRODUKT($B$3:$C$3;B4:C4)

	A	B	C	D	E	F	G
1	Produktion:				Betingelser:		
2		**Jordbær**	**Solbær**	Arbejdstid		Kapacitet	Resttid
3	Antal kg	1	1				
4	Plukning	2	1,2	3,2	<=	16.800	16.796,8
5	Transport	1,5	1,5	3	<=	16.800	16.797,0
6	Kogning	1	1,714	2,714	<=	16.800	16.797,3
7	Påfyldning	2,4	0,75	3,15	<=	16.800	16.796,9
8							
9	Økonomi:						
10	Salgspris	21	14				
11	Bæromk	8	4				
12	Glas	2	2				
13	Fragtomk	1	1				
14	Bonusløn	1	1	2			
15	**DB**	9	6	15			
16							
17	Resultat:						
18	Omsætning		35	=SUMPRODUKT(B3:C3;B10:C10)			
19	- variable omk.		20	=SUM(B11:B14)*B3+SUM(C11:C14)*C3			
20	Dækningsbidrag		15	=C18-C19			
21	- løn til medhjælperne		40.000	40.000			
22	**Overskud i alt**		-39.985	=C20-C21			

Denne formel er kopieret til D5, D6, D7, D14 og D15.

Bonus til medhjælperne

Anvendte formler i resultat-opgørelsen



Ved løsning af lineære programmeringsproblemer skal disse 2 felter markeres med flueben

11. Problemløser

	A	B	C	D	E	F	G
1	Produktion:				Betingelser:		
2		**Jordbær**	**Solbær**	Arbejdstid		Kapacitet	Resttid
3	Antal kg	4.200	7.000				
4	Plukning	2	1,2	16800	<=	16.800	0
5	Transport	1,5	1,5	16800	<=	16.800	0
6	Kogning	1	1,714	16200	<=	16.800	600
7	Påfyldning	2,4	0,75	15330	<=	16.800	1.470
8							
9	Økonomi:						
10	Salgspris	21	14				
11	Bæromk	8	4				
12	Glas	2	2				
13	Fragtomk	1	1				
14	Bonusløn	1	1	11200			
15	**DB**	9	6	79800			
16							
17	Resultat:		Kr	I %			
18	Omsætning		186.200	100,0			
19	- variable omk.		106.400	57,1			
20	Dækningsbidrag		79.800	42,9			
21	- løn til medhjælperne		40.000	21,5			
22	**Overskud i alt**		39.800	21,4			

Den optimale produktion er altså 4200 glas jordbærmarmelade og 7000 glas solbærmarmelade og den mængde bevirker at drengenes og Anders´s arbejdstid udnyttes fuldstændig medens Andersine har 600 min. og Fætter Højben - den heldige rad - har 1470 min i overskud.
Dækningsbidraget er 79.800 kr. ud af en omsætning på 186.200 kr. Efter betaling af løn - 10.000 kr. til drengene, Anders, Andersine og Fætter Højben er hendes overskud 39.800 kr. - og det er i grunden ikke så galt, synes hun - og så er der endda en bonus til medhjælperne på 11.200 kr.

Skyggepriser

Hendes knappe ressourcer er altså plukketiden og transporttiden. Hvis hun kunne udvide plukketiden ville hun få et større overskud, men hvor meget større? Hun kan nemt beregne hvor meget en udvidelse af plukketiden med 1 time forøger overskuddet. Hun ændrer simpelthen maxtiden for plukkerne fra 16800 min. til 16860 min. og finder en ny løsning med Problemløser:

	A	B	C	D	E	F	G
1	Produktion:				Betingelser:		
2		**Jordbær**	**Solbær**	Arbejdstid		Kapacitet	Resttid
3	Antal kg	4.275	6.925				
4	Plukning	2	1,2	16860	<=	16.860	0
5	Transport	1,5	1,5	16800	<=	16.800	0
6	Kogning	1	1,714	16146,4	<=	16.800	654
7	Påfyldning	2,4	0,75	15453,7	<=	16.800	1.346
8							
9	Økonomi:						
10	Salgspris	21	14				
11	Bæromk	8	4				
12	Glas	2	2				
13	Fragtomk	1	1				
14	Bonusløn	1	1	11200			
15	**DB**	9	6	80025			

Forøgelse af plukketiden med 1 time

Det medfører at produktionen af jordbærmarmelade kan forøges med 75 glas medens solbærmarmeladen skal reduceres med 75 glas. Det betyder også at Fætter Højben skal arbejde 124 min. mere og Andersine 54 min. mindre medens Anders stadig skal arbejde fuld tid. Den nye produktion giver et DB på 80.025 - en resultatforbedring på 225 kr. Skyggeprisen på 1 time mere plukketid er altså 225 kr. Det er dog begrænset hvor meget mere hun kan tjene ved at forøge plukketiden, for hver gang plukketiden udvides 1 time, skal Fætter Højben arbejde 124 min. mere. I alt har han et overskud på 1470 min. og hvis de alle er brugt bliver påfyldningen en knap ressource. Hun kan med fordel udvide plukke-tiden med 1470/124 = 11,85 timer. For at se hvilke konsekvenser det har, udvider hun plukketiden med 12 timer og laver en ny beregning. Den giver et DB på 82.473 kr. og som forventet forbruger det hele Fætter Højbens ledige tid. Da der nu er 7 min. overskud på plukketiden, er den ikke længere en knap ressource, og derfor er skyggeprisen på 1 time plukning nu 0 kr.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Produktion:				Betingelser:		
2		**Jordbær**	**Solbær**	Arbejdstid		Kapacitet	Resttid
3	Antal kg	5.091	6.109				
4	Plukning	2	1,2	17512,7	<=	17.520	7
5	Transport	1,5	1,5	16800	<=	16.800	0
6	Kogning	1	1,714	15563,6	<=	16.800	1.236
7	Påfyldning	2,4	0,75	16800,0	<=	16.800	0

Forøgelse af plukketiden med 12 timer

I optimalløsningen er transporttiden også en knap faktor, og skyggeprisen på den kan beregnes ved at forøge Anders' maximale arbejdstid til 16860 min og beregne stigningen i DB. En sådan udvidelse medfører at Anders kan transportere 40 kg mere, men det medfører også en mindre produktionsomlægning, idet jordbær falder med 60 kg, der sammen med mertransporten på 40 kg tildeles solbærrene så der nu skal bruges 7100 kg solbær. Det medfører også at Andersine skal arbejde 111 min. (600-489) mere, og da hun kun har 600 min. i overskud, vil de være brugt op, når Anders´ arbejdstid er udvidet med 600/111 = 5,38 timer. Dækningsbidraget stiger til 79.860 kr. mod 79.800 i optimaltilfældet. Skyggeprisen på 1 transporttime er altså 60 kr., men kun for 5,38 timer. Eliminering af den knappe faktor transporttiden - dvs. udvide arbejdstiden med 5,38 timer - vil kun forbedre resultatet med 5,38 timer à 60 kr. = 323 kr. Til sammenligning vil en elimering af knapheden i plukningen give et meroverskud på 11,85 timer à 225 kr. = 2666 kr. På den måde kan Bedstemor And afgøre hvilken knaphedsfaktor, der er mest betydningsfuld for resultatet.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Produktion:				Betingelser:		
2		**Jordbær**	**Solbær**	Arbejdstid		Kapacitet	Resttid
3	Antal kg	4.140	7.100				
4	Plukning	2	1,2	16.800	<=	16.800	0
5	Transport	1,5	1,5	16.860	<=	16.860	0
6	Kogning	1	1,714	16.311,4	<=	16.800	489
7	Påfyldning	2,4	0,75	15.261,0	<=	16.800	1.539
8							
9	Økonomi:						
10	Salgspris	21	14				
11	Bæromk	8	4				
12	Glas	2	2				
13	Fragtomk	1	1				
14	Bonusløn	1	1	11240			
15	**DB**	9	6	79860			

Forøgelse af transporttiden med 1 time

Produktudvikling

I den store frugthave har Bedstemor And også hindbær og de kan laves til en herlig hindbærmarmelade, så derfor vil hun også have dem med i sin produktion. Men før hun ændrer sit regneark navngiver hun celle D4: plukketid, D5: transporttid, D6: kogetid, D8: fyldetid, D14: bonus og D15: DB. Så kan hun nemlig ændre regnearket uden hun behøver at starte helt forfra med at udfylde Problemløsers dialogboks.

Hun indsætter en blank kolonne efter kolonne C og skriver Hindbær i den. Hindbær er lidt vanskeligere at plukke end solbær, så hun antager at det vil tage 1,3 min. at plukke 1 kg. Hindbærbuskene står allerførst i frugthaven så Anders kan snildt transportere 1 kg hjem til Andersine på 1,1 min. Kogning og påfyldning tager 1,5 min. pr. kg. Derefter ændrer hun formlerne til de også omfatter hindbær i kolonne D. Medhjælperne skal ikke arbejde mere og derfor er den maximale arbejdstid uændret. Salgsprisen sætter hun til 13 kr. pr. glas og frugtprisen til 3 kr. pr. kg medens de øvrige variable omkostninger er de samme som ved de 2 andre marmelader - se efterfølgende figur.

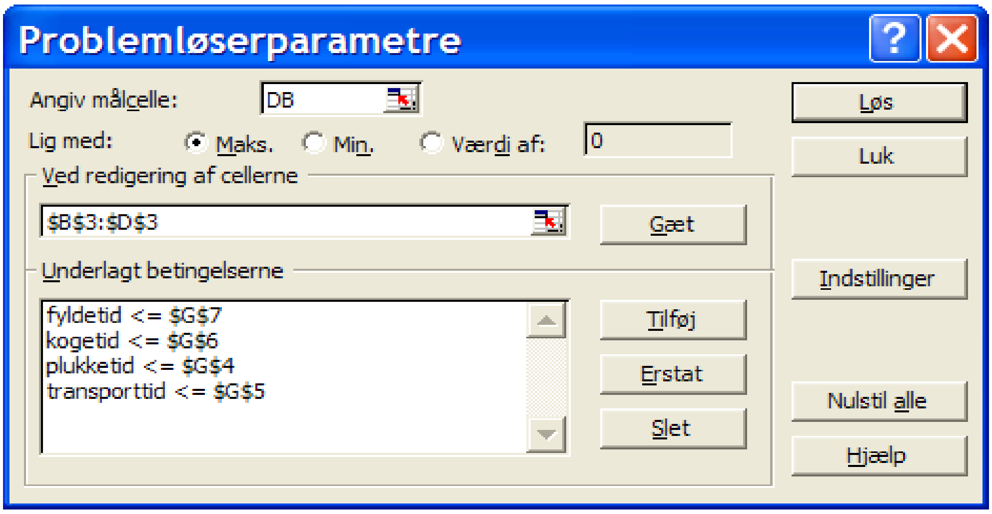
11. Problemløser

plukketid = =SUMPRODUKT($B$3:$D$3;B4:D4)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Produktion:					Betingelser:		
2		**Jordbær**	**Solbær**	**Hindbær**	Arbejdstid		Kapacitet	Resttid
3	Antal kg	1	1	1				
4	Plukning	2	1,2	1,3	4,5	<=	16.800	16.795,5
5	Transport	1,5	1,5	1,1	4,1	<=	16.800	16.795,9
6	Kogning	1	1,714	1,5	4,214	<=	16.800	16.795,8
7	Påfyldning	2,4	0,75	1,5	4,65	<=	16.800	16.795,35
8								
9	Økonomi:							
10	Salgspris	21	14	13				
11	Bæromk	8	4	3				
12	Glas	2	2	2				
13	Fragtomk	1	1	1				
14	Bonusløn	1	1	1	3			
15	**DB**	9	6	6	21			

Denne formel er kopieret til E5, E6, E7, E14 og E15.

3 produkter kan ikke afbildes i et diagram, men med Problemløser kan hun nemt beregne den optimale produktion, og fordi hun har givet cellerne navne kan hun genbruge Problemløsers dialogboks - dog skal de justérbare celler nu også omfatte D3:



Resultatet af Problemløsers beregninger er vist på næste side. Det ses at den optimale produktionsplan er nu 3690 glas jordbær-, 6798 glas solbær- og 971 glas hindbærmarmelade. Planen viser også at Andersines overskudstid nu er 0 og at Fætter Højben må arbejde 51 min. mere. Dækningsbidraget er forøget med 24 kr. til 79.824 kr. og bonusen er forøget med 259 kr. til 11.459 kr. men omsætningen er faldet med 914 kr. til 185.286 kr. Som følge heraf er dækningsgraden - dækningsbidraget i procent af omsætningen - steget til 43,1 % i forhold til 42,9 % i den tidligere beregning for 2 marmelader.

Udvidelsen af produktionen med hindbærmarmelade har medført at der nu er 3 knappe faktorer, nemlig plukketid, transporttid og kogetid. Bedstemor And vil gerne vide hvilken faktor, der er mest snærende og hun beregner derfor skyggeprisen på de knappe ressourcer. Først forøger hun drengenes kapacitet med 60 min. og beregner resultatet og derefter Anders´s og til sidst Andersines. Resultaterne er vist i figuren herunder. Bemærk hvordan produktionen helt uforudsigeligt ændrer sig ved selv små kapacitetsudvidelser på 1 time pr. ressource.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Produktion:					Betingelser:		
2		**Jordbær**	**Solbær**	**Hindbær**	Arbejdstid		Kapacitet	Resttid
3	Antal kg	3.690	6.798	971				
4	Plukning	2	1,2	1,3	16.800	<=	16.800	0,0
5	Transport	1,5	1,5	1,1	16.800	<=	16.800	0,0
6	Kogning	1	1,714	1,5	16.800	<=	16.800	0,0
7	Påfyldning	2,4	0,75	1,5	15.411	<=	16.800	1.389
8								
9	Økonomi:							
10	Salgspris	21	14	13				
11	Bæromk	8	4	3				
12	Glas	2	2	2				
13	Fragtomk	1	1	1				
14	Bonusløn	1	1	1	11.459			
15	**DB**	9	6	6	79.824			
16								
17	Resultat:		Kr	I %				
18	Omsætning		185.286	100,0				
19	- variable omk.		105.461	56,9				
20	Dækningsbidrag		79.824	43,1				
21	- løn til medhjælperne		40.000	21,6				
22	**Overskud i alt**		39.824	21,5				

Produktion, skyggepriser og bonus ved yderligere 1 ressourcetime					
	Jordbær kg	**Solbær** kg	**Hindbær** kg	**Sk.pris** kr/time	**Bonus** kr
Plukning	3.720	6.705	1.058	227	11.482
Transport	3.725	6.935	791	55	11.451
Kogning	3.639	6.777	1.068	2	11.485

Sortimentssammensætning

Den optimale produktionssammensætning er 971 glas hindbær, men 6798 glas solbær. Bedstemor And skal altså sælge 7 glas solbær hver gang hun sælger 1 glas hindbær og det tror hun ikke på - der er for lidt hindbærmarmelade i hendes produktion. Hun mener at sortimentet bør omfatte mindst 2000 glas hindbær, men hvor mange glas jordbær og hvor mange glas solbær kan hun så producere? Med Problemløser kan hun nemt beregne det.

Først tilføjer hun en ny begrænsning udover de 4 hun allerede har i sin beregning: glas hindbær - se nedenfor. Den skal ikke påvirke produktionen af jordbær og solbær, så derfor 0 ud for disse produktioner, men den skal påvirke hele hindbærproduktionen så derfor 1 ud for hindbær. Bemærk Excel er smart, så den kopierer helt automatisk formlen til celle E8. Hendes ønske er mindst 2000 glas hindbær, så derfor indføjer hun betingelsen større end eller lig med 2000. I Problemløsers dialogboks tilføjer hun den nye betingelse med Tilføj og ved klik på Løs får hun efterfølgende løsning.

Ny begræns-ning

E8 = =SUMPRODUKT($B$3:$D$3;B8:D8)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Produktion:					Betingelser:		
2		**Jordbær**	**Solbær**	**Hindbær**	Arbejdstid		Kapacitet	Resttid
3	Antal kg	3.690	6.798	971				
4	Plukning	2	1,2	1,3	16.800	<=	16.800	0,0
5	Transport	1,5	1,5	1,1	16.800	<=	16.800	0,0
6	Kogning	1	1,714	1,5	16.800	<=	16.800	0,0
7	Påfyldning	2,4	0,75	1,5	15.411	<=	16.800	1.389
8	Glas hindbær	0	0	1	971	>=	2.000	1.029

11. Problemløser

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Produktion:					Betingelser:		
2		**Jordbær**	**Solbær**	**Hindbær**	Arbejdstid		Kapacitet	Resttid
3	Antal kg	3.492	6.013	2.000				
4	Plukning	2	1,2	1,3	16.800	<=	16.800	0,0
5	Transport	1,5	1,5	1,1	16.458	<=	16.800	342
6	Kogning	1	1,714	1,5	16.800	<=	16.800	0,0
7	Påfyldning	2,4	0,75	1,5	15.891	<=	16.800	909
8	Glas hindbær	0	0	1	2.000	>=	2.000	0
9								
10	Økonomi:							
11	Salgspris	21	14	13				
12	Bæromk	8	4	3				
13	Glas	2	2	2				
14	Fragtomk	1	1	1				
15	Bonusløn	1	1	1	11.505			
16	**DB**	9	6	6	79.508			
17								
18	Resultat:		Kr	I %				
19	Omsætning		183.518	100,0				
20	- variable omk.		104.010	56,7				
21	Dækningsbidrag		79.508	43,3				
22	- løn til medhjælperne		40.000	21,8				
23	**Overskud i alt**		39.508	21,5				

Med den nye begrænsning er det optimalt at reducere jordbær med næsten 200 glas og solbær med 785 glas. Anders skal arbejde lidt mindre og Højben noget mere medens Andersine og drengene arbejder fuld tid.
Bonus forøges med 46 kr. til 11.505 kr. og DB falder med 316 kr. til 79.508 kr., men dækningsgraden øges til 43,3 % pga. stort fald i omsætningen.
Enhver ny effektiv begrænsning reducerer altid DB

Med den nye begrænsning bliver produktsammensætningen noget mere harmonisk, men stadigvæk mange solbær i forhold til hindbær. Hun vil gerne have en produktion hvor hindbær udgør det halve af solbær - dvs. 1 glas hindbær = 0,5 glas solbær. Da produkterne skal stå på samme side af lighedstegnet omskriver hun formelen til -0,5*solbær + 1*hindbær = 0 og ændrer den nye begrænsning til denne betingelse:

Ny betingelse hvor hindbær skal udgøre 50% af solbær

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Produktion:					Betingelser:		
2		**Jordbær**	**Solbær**	**Hindbær**	Arbejdstid		Kapacitet	Resttid
3	Antal kg	3.492	6.013	2.000				
4	Plukning	2	1,2	1,3	16.800	<=	16.800	0,0
5	Transport	1,5	1,5	1,1	16.458	<=	16.800	342
6	Kogning	1	1,714	1,5	16.800	<=	16.800	0,0
7	Påfyldning	2,4	0,75	1,5	15.891	<=	16.800	909
8	Glas hindbær	0	-0,5	1	-1.006	=	0	1.006

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Produktion:					Betingelser:		
2		**Jordbær**	**Solbær**	**Hindbær**	Arbejdstid		Kapacitet	Resttid
3	Antal kg	3.352	5.457	2.729				
4	Plukning	2	1,2	1,3	16.800	<=	16.800	0,0
5	Transport	1,5	1,5	1,1	16.215	<=	16.800	585
6	Kogning	1	1,714	1,5	16.800	<=	16.800	0,0
7	Påfyldning	2,4	0,75	1,5	16.231	<=	16.800	569
8	Glas hindbær	0	-0,5	1	0	=	0	0
9								
10	Økonomi:							
11	Salgspris	21	14	13				
12	Bæromk	8	4	3				
13	Glas	2	2	2				
14	Fragtomk	1	1	1				
15	Bonusløn	1	1	1	11.538			
16	**DB**	9	6	6	79.284			

Det giver et meget mere harmonisk sortiment, men også noget lavere DB. Anders får mere fritid og Fætter Højben mindre medens drengene og Andersine fortsat skal arbejde hele tiden.
NB: pga. afrunding er der et glas solbær for lidt i løsningen

☞☞☞ De 4 første begrænsninger kaldes som regel systembegrænsninger medens den sidste benævnes politikbegrænsning - dvs. en begrænsning som beslutningstager selv tildeler en ønsket værdi. Politikbegrænsninger - der kan sagtens være flere i et enkelt problem - anvendes ofte når man forfølger flere uforenelige mål, f.eks. størst omsætning og størst overskud eller størst afkast og mindst risiko eller laveste omkostninger og mindst forurening eller i Bedstemor Ands tilfælde størst dækningsbidrag og mest salgbare sortiment. At målene er uforenelige vil sige at de ikke kan optimeres samtidig. Hver gang Bedstemor And gør sin marmeladeproduktion mere salgbar ved at øge produktionen af hindbærmarmelade, fjerner dækningsbidraget sig mere og mere fra sin optimale værdi. Ofte er det ikke muligt at finde en optimal løsning på multimålsproblemer og i så fald må man vælge en løsning, som beslutningstager finder tilfredsstillende.

Prisændring

I helt specielle og forenklede tilfælde kan målene dog helt eller delvist forenes. Bedstemor And er ikke så glad for at hendes dækningsbidrag falder når hun gør produktionen mere salgbar, så hun overvejer om der er andre måder til at forøge produktionen af hindbær. Hvis hun nu forøger dækningsbidraget pr. glas hindbær, så vil det være mere fordelagtigt at producere hindbærmarmelade. Hun mener godt hun kan sætte prisen på hindbærmarmeladen op med 1 kr. uden at det betyder mindre salg - og så har den jo i øvrigt også samme pris som solbærmarmeladen - så derfor ændrer hun prisen til 14 kr. pr. glas hindbær og fjerner hindbærbegrænsningen i stedet for. Med PROBLEMLØSER kan hun nemt beregne en ny optimal produktion:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Produktion:					Betingelser:		
2		**Jordbær**	**Solbær**	**Hindbær**	Arbejdstid		Kapacitet	Resttid
3	Antal kg	3.118	4.526	3.949				
4	Plukning	2	1,2	1,3	16.800	<=	16.800	0,0
5	Transport	1,5	1,5	1,1	15.809	<=	16.800	991
6	Kogning	1	1,714	1,5	16.800	<=	16.800	0,0
7	Påfyldning	2,4	0,75	1,5	16.800	<=	16.800	0,0
8								
9	Økonomi:							
10	Salgspris	21	14	14				
11	Bæromk	8	4	3				
12	Glas	2	2	2				
13	Fragtomk	1	1	1				
14	Bonusløn	1	1	1	11.593			
15	**DB**	9	6	7	82.857			
16								
17	Resultat:		Kr	I %				
18	Omsætning		184.119	100,0				
19	- variable omk.		101.262	55,0				
20	Dækningsbidrag		82.857	45,0				
21	- løn til medhjælperne		40.000	21,7				
22	**Overskud i alt**		42.857	23,3				

Det giver en meget mere balanceret og dermed mere salgbar produktion og et DB på 82.857 kr. - en stigning på 3.033 kr. - og fald i omsætningen på 1.167 kr. Selvom DB pr. glas er lavest for solbær, skal der dog stadig produceres flest glas solbær medens jordbærs store ressourceforbrug giver den laveste produktion på trods af et DB på 9 kr. pr. glas

- og kun Anders har fritid medens de andre må arbejde fuldtid.

11. Problemløser

LP - Binære variable.

I udarbejdelsen af Bedstemor Ands produktionsplan er det helt akceptabelt at løsningen indeholder brøkdele af et glas marmelade - dels er usikkerheden i produktionstallene meget større end en sådan brøkdel, dels er den økonomiske betydning helt uvæsentlig. Der er dog mange problemer, hvor løsninger med brøkdele af en enhed ikke er en brugbar løsning. Eksempelvis er en løsning, hvor der skal bruges 0,84 pilot pr. flyvemaskine eller udsendes 0,67 ambulance til en trafikulykke ikke brugbare løsninger på en problemstilling. Her vil en brugbar løsning kræve, at enten er der en pilot eller også er der ikke en pilot pr. flyvemaskine - enten er der en ambulance eller også er der ikke en ambulance

I mange tilfælde - især i ressourcefordelingsproblemer - er enhederne udelelige. I de tilfælde er det afgørende om der er tildelt eller ikke er tildelt en ressource til opgaven. I sådanne enten - eller problemer må der derfor stilles et yderligere krav til variablen, nemlig om den er fordelt og så får den værdien 1 eller om den ikke er fordelt og så får den værdien 0 - dvs. at variablen er binær, altså den kan kun antage 2 værdier: 0 og 1. Den type opgaver kan nemt løses med Problemløser, idet Problemløser giver mulighed for at underkaste en eller flere variabler denne binære betingelse.

Personalechefen i **Pengebanken** skal til at fordele de næsten færdiguddannede elever på bankens forskellige afdelinger. I alt er der 15 elever og de skal fordeles på 10 forskellige steder - hovedsædet skal bruge 3 elever, de 3 regionskontorer skal hver have 2 og de 6 filialer skal hver have 1 elev. Så vidt det er muligt vil han imødekomme hver enkelt elevs ønske om hvor han eller hun helst vil arbejde og han har derfor bedt hver enkelt om at prioritere de 10 mulige fremtidige arbejdspladser. Der hvor eleven helst vil arbejde tildeles 1. prioritet, næsthelst får 2. prioritet osv.

Personalechefen har indtastet elevernes prioriteringer i regnearket herunder. Ved at lægge alle elevers prioriteringer sammen får han en "hitliste" for alle 10 arbejdssteder. Som sædvanlig er der størst efterspørgsel efter pladserne i hovedsædet - i alt har 5 elever prioriteret hovedsædet som det foretrukne arbejdssted, men også region 3 er meget efterspurgt med 4 førstepladser. Filial 5 og 6 står langt nede på elevernes hitliste og han noterer sig, at på næste års prioritetsliste skal de 2 filialer flyttes hen lige efter regionskontorerne - det vil utvivlsomt forbedre deres "hitlisteplacering". Personalechefen kan godt se, at det er umuligt at fordele eleverne på en sådan måde, at alle får deres første prioritet opfyldt. Næstbedste mulighed - at eleverne får opfyldt deres 1. eller 2. prioritet - er heller ikke mulig. At finde en løsning hvor flest elever får deres prioriteter bedst mulig opfyldt og de forskellige kontorer får det antal elever de skal bruge er et gigantisk puslespil, men med Problemløser er det ganske enkelt at finde en brugbar løsning.

Først laver han et skema til fordeling af eleverne på de forskellige afdelinger og som modsvarer prioriteringsskemaet. Kravene til hans løsning er: at hver elev skal tildeles 1 afdeling, at alle afdelinger får det antal elever de skal bruge og at eleverne så vidt mulig får en arbejdsplads efter deres højeste prioritet. Hans beslutningsvariable er derfor alle positioner i fordelingsskemaet - vist i en grøn ramme - og disse variable kan kun antage værdien 1 - når eleven tildeles pladsen i en afdeling - eller værdien 0 - i de tilfælde hvor eleven ikke får den ledige plads - dvs. det er en betingelse at variablerne er binære.

En elev kan kun få 1 plads, men skal også have 1 plads. Det sikres ved i kolonne L at summere alle elevens mulige tildelinger på de forskellige afdelinger - for første elev, Anette, fås formelen i L22 til SUM(B22:K22) og tilsvarende for de øvrige elever - og i Problemløsers dialogboks indføjes betingelsen at denne sum skal være lig med 1. På samme måde sikrer han at de forskellige afdelinger får det antal elever de skal have - nemlig ved at summere hver afdelings tildelte antal elever i række 37 - for Hovedsædet indsætter han derfor formelen SUM(B22:B36) i celle B37 og tilsvarende for de øvrige afdelinger. I Problemløsers dialogboks indsætter han betingelsen at denne sum skal være lig med ønsket antal elever i række 39.

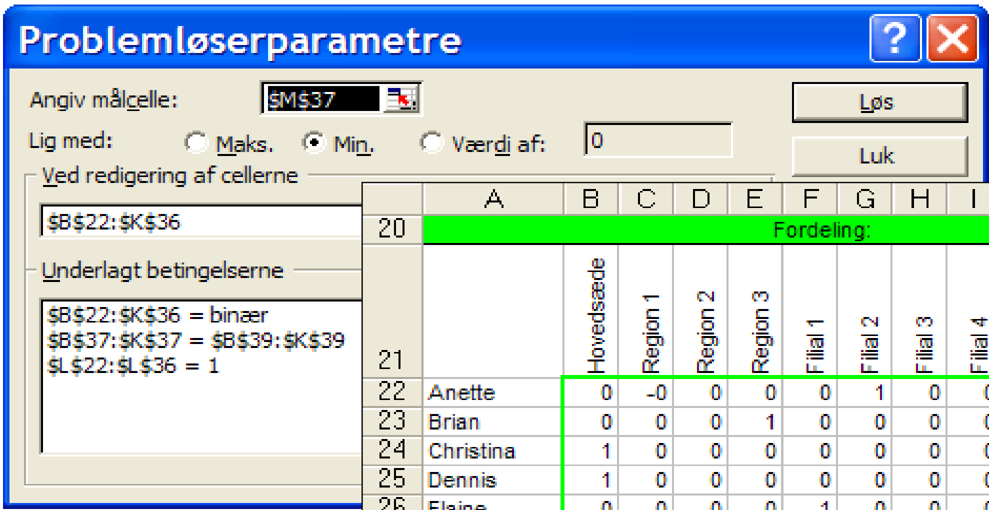
Det er hans *mål* at hver elev så vidt mulig skal have opfyldt højeste prioritet og derfor beregner han i kolonne M hvilken prioritet den enkelte elev får opfyldt med en SUMPRODUKT-formel - for Anette indtaster han derfor i celle M22 formelen SUMPRODUKT(B3:K3;B22:K22). Denne formel ganger alle Anettes prioriteter i række 3 med mulige tildelinger i række 22, men da de opstillede betingelser sikrer at der vil være 9 0'er og et 1-tal i række 22, vil formelens resultat være lig med hendes prioritering. Formelen kopieres til de øvrige elever og summeres i celle M37.

M22 = =SUMPRODUKT(B3:K3;B22:K22)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Prioriteret ønskeliste:												
2		Hovedsæde	Region 1	Region 2	Region 3	Filial 1	Filial 2	Filial 3	Filial 4	Filial 5	Filial 6		
3	Anette	3	2	8	9	4	1	5	6	10	7		
4	Brian	2	6	8	1	5	9	3	4	7	10		
5	Christina	1	3	2	8	7	4	10	5	6	9		
6	Dennis	1	6	5	2	3	10	4	9	8	7		
7	Elaine	1	9	10	3	2	7	6	5	4	8		
8	Frederik	2	1	3	4	6	8	5	10	9	7		
9	Gitte	1	5	9	6	3	2	10	7	8	4		
10	Henrik	2	3	1	10	4	8	6	7	5	9		
11	Ida	3	1	6	9	2	5	4	8	10	7		
12	Jonas	4	2	3	1	10	8	6	9	7	5		
13	Kristian	5	3	2	1	6	8	9	10	4	7		
14	Louise	1	2	3	4	5	6	7	8	10	9		
15	Mark	2	4	5	6	7	1	10	3	8	9		
16	Nadia	3	1	2	7	6	5	4	10	9	8		
17	Orla	5	9	10	1	8	7	2	3	6	4		
18	"hitliste"	36	57	77	72	78	89	91	104	111	110		
19													
20	Fordeling:												
21		Hovedsæde	Region 1	Region 2	Region 3	Filial 1	Filial 2	Filial 3	Filial 4	Filial 5	Filial 6	Fordelt ja/nej	Prioritet
22	Anette	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	Brian	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	Christina	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	Dennis	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	Elaine	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	Frederik	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	Gitte	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29	Henrik	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	Ida	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
31	Jonas	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
32	Kristian	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	Louise	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
34	Mark	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
35	Nadia	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
36	Orla	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
37	I alt fordelt	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		0
38													
39	Ønsket antal	3	2	2	2	1	1	1	1	1	1		

Hans *mål* er at summen af prioriteter i celle M37 minimeres - dvs. flest mulige elever får opfyldt deres 1. prioritet eller hvis det ikke er muligt deres 2. prioritet eller... osv. - under betingelse af at alle elever hver får 1 plads og at alle afdelinger får det antal elever de ønsker. Hvis der havde været 3 første prioriteter på hovedsædet og 2 første prioriteter på hver regionskontor og 1 første prioritet på hver filial ville der ikke være problemer med fordelingen - alle ville få deres første prioritet opfyldt - men som det fremgår af ønskelisten er det ikke tilfældet. Mindst 2 af de 5 elever, der foretrækker hovedsædet som arbejdssted kan ikke få deres 1. prioritet opfyldt, men må akceptere at deres 2. 3. eller måske 4. eller 5. valg bliver deres fremtidige arbejdsplads.

Han har nu formuleret problemstillingen på en måde så den kan løses med Problemløser og han kan derfor udfylde Problemløsers dialogboks som vist på næste side.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
20	Fordeling:												
21		Hovedsæde	Region 1	Region 2	Region 3	Filial 1	Filial 2	Filial 3	Filial 4	Filial 5	Filial 6	Fordelt ja/nej	Prioritet
22	Anette	0	-0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
23	Brian	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1
24	Christina	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
25	Dennis	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
26	Elaine	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	2
27	Frederik	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
28	Gitte	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	4
29	Henrik	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1
30	Ida	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
31	Jonas	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1
32	Kristian	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	4
33	Louise	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
34	Mark	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	3
35	Nadia	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2
36	Orla	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	2
37	I alt fordelt	3	2	2	2	1	1	1	1	1	1		26
38													
39	Ønsket antal	3	2	2	2	1	1	1	1	1	1		

Værdien i målcellen M37 skal minimeres ved at justere beslutningsvariablerne i B22:K36 under de anførte betingelser: beslutningsvariablerne skal være binære, i alt fordelt B37:K37 skal være lig med ønsket antal i B39:K39 og at hver elev kun kan tildeles 1 plads - L22:L36 = 1. Under Indstillinger skal der afsættes mærker i Antag lineær model og Antag ikke-negativitet som vist i eksemplet med Bedstemor Ands marmelader.

Den optimale løsning fremgår af indsatte fordelingsskema. Løsningen er optimal på den måde, at ingen kombination vil give lavere værdi end 26, men andre kombinationer kan muligvis også resultere i samme værdi. Som det fremgår af skemaet indebærer løsningen at 9 elever får opfyldt deres første valg, 3 elever får opfyldt deres 2. prioritet, 1 elev - Mark - får opfyldt sin 3. prioritet og 2 elever får arbejdssted på deres 4. prioritet og at alle afdelinger lige netop har fået det antal elever de skal have.

Personalechefen er godt tilfreds med fordelingen, men uddannelseschefen er ikke helt tilfreds. Han synes det er en smart måde at lave fordelingen, men den er ikke tilfredsstillende. "Vores dygtigste elev - Gitte - får kun opfyldt sit fjerde ønske medens Brian, der kun har klaret sig på det jævne, får sin første prioritet opfyldt. Det er ikke særligt tilfredsstillende" er hans kritik af forslaget. Fordelingen bør indeholde en belønning til de dygtigste elever mener han.

2 valgkriterier.

Personalechefen er enig i synspunktet og overvejer hvordan han kan lave en fordeling, der også tager hensyn til elevernes præstationer. Desværre kan han ikke bare lægge karakterer og prioriteter sammen for den bedste karakter er den højeste værdi medens den bedste prioritering har den laveste værdi. Hvis han nu lavede prioritetslisten om til en pointskala og tildelte første prioriteterne 10 point, 2. prioriteterne 9 point osv. Det kan han nemt gøre ved at trække prioriteterne fra 11 så får første prioriteten netop 10 point, 2. prioriteten 9 point osv.

Han ændrer derfor ønskelisten til en pointliste. Hvis han nu ganger pointlisten med karaktererne vil eleven med højeste karakter også få højeste "point-karakter-værdi" og hvis han så maksimerer summen af "point-karakter-værdierne" i stedet for at minimere summen af prioriteterne så vil Problemløsers resultat også tage hensyn til elevernes præstationer. Han indsætter derfor en ny tom kolonne B, hvor han indskriver elevernes karakterer og ændrer formlen i kolonne N (der før stod i kolonne M) til B22*SUMPRODUKT(C3:L3; C22:L22) for første elev og den formel kopierer han til de øvrige elever. I kolonne O beregner han hver enkelt elevs prioritering med formlen: 11 - Point i alt/ karakterer således at han umiddelbart kan sammenligne med den første fordeling.

I Problemløsers dialogboks skal kun ændres at målcellen nu skal maksimeres, idet beslutningsvariablerne og begrænsningerne er de samme som før og ved klik på Løs fremkommer efterfølgende løsningsforslag:

N22 = =B22*SUMPRODUKT(C3:L3;C22:L22)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
20	Fordeling:															
21		Karakterer	Hovedsæde	Region 1	Region 2	Region 3	Filial 1	Filial 2	Filial 3	Filial 4	Filial 5	Filial 6	Fordelt ja/nej	Point i alt	Prioritet kar.	Prioritet opt
22	Anette	8,1	0	-0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	81	1	1
23	Brian	7,6	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	76	1	1
24	Christina	8,8	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	88	1	1
25	Dennis	7,4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	74	1	1
26	Elaine	7,9	0	0	0	0	-0	0	0	0	1	0	1	55,3	4	2
27	Frederik	7,6	-0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	76	1	1
28	Gitte	9,4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	65,8	4	4
29	Henrik	7,8	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	78	1	1
30	Ida	8,1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	72,9	2	1
31	Jonas	8,3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	-0	1	83	1	1
32	Kristian	9,2	0	0	1	-0	0	0	0	0	-0	0	1	82,8	2	4
33	Louise	7,6	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	76	1	1
34	Mark	7,9	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	63,2	3	3
35	Nadia	8,3	0	1	-0	0	0	0	0	0	0	0	1	83	1	2
36	Orla	8,2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	73,8	2	2
37	I alt fordelt		3	2	2	2	1	1	1	1	1	1		1129	26	26
38																
39	Ønsket antal		3	2	2	2	1	1	1	1	1	1				

Her er første forslag i kolonne P benævnt Prioritet opt og det nye forslag Prioritet kar. Af løsningen ses at summen af prioriteter i dette forslag også er 26 og at alle afdelinger har fået det antal elever de ønsker, men fordelingen er ændret for flere elever - Elaine og Ida er tildelt lavere prioriterede afdelinger medens Kristian og Nadia har fået tildelt afdelinger med højere prioritet fordi deres karakterer er bedre end Elaines og Idas. Desværre imødekommer denne fordeling ikke uddannelseschefens kritik, idet Gitte stadig kun får opfyldt sit 4. valg.

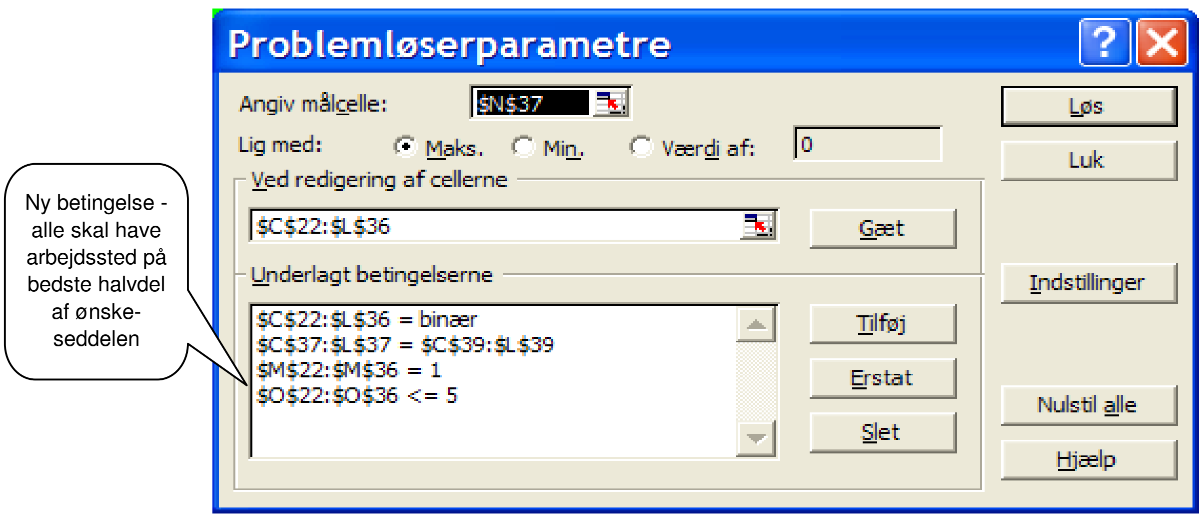
Det er klart for personalechefen, at karaktererne i sig selv ikke differentierer tilstrækkeligt til at få afgørende indflydelse på fordelingen - kun 4 elevers tildelinger ændres. Han må derfor ændre i karaktererne på en måde så de giver større spredning på elevernes præstationer. Hvis han nu rangordnede eleverne efter deres karakterer sådan at eleven med laveste karakter får den laveste rangorden, eleven med næstlaveste karakter får næstlaveste rangorden osv. så ville det medføre en større spredning af elevernes præstationer og det vil medføre, at karaktererne får større vægt i den samlede fordeling. I kolonne B indskriver han derfor elevens rang i stedet for karakter. Det ses at Dennis har fået rang 1 fordi han har det laveste karaktergennemsnit medens Brian, Frederik og Louise med næstlaveste gennemsnit har fået rangen 2. Gitte har højeste karakter og har fået højeste rang nemlig 10. Ved genberegning med Problemløser fås efterfølgende forslag, der også viser resultatet af de tidligere forslag:

20	Fordeling:															
21		Karakterer	Hovedsæde	Region 1	Region 2	Region 3	Filial 1	Filial 2	Filial 3	Filial 4	Filial 5	Filial 6	Fordelt ja/nej	Point i alt	Prioritet rang	Prioritet kar.	Prioritet opt
22	Anette	5	0	-0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	50	1	1	1
23	Brian	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	8	7	1	1
24	Christina	8	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	80	1	1	1
25	Dennis	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	4	7	1	1
26	Elaine	4	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	36	2	4	2
27	Frederik	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	16	3	1	1
28	Gitte	10	1	0	0	0	0	-0	0	0	0	0	1	100	1	4	4
29	Henrik	3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	30	1	1	1
30	Ida	5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	50	1	2	1
31	Jonas	7	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	70	1	1	1
32	Kristian	9	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	90	1	2	4
33	Louise	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	20	1	1	1
34	Mark	4	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	32	3	3	3
35	Nadia	7	0	1	-0	0	0	0	0	0	0	0	1	70	1	1	2
36	Orla	6	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	54	2	2	2
37	I alt fordelt		3	2	2	2	1	1	1	1	1	1		710	33	26	26
38																	
39	Ønsket antal		3	2	2	2	1	1	1	1	1	1					

Det nye forslag resulterer i at summen af prioriteter nu bliver 33 mod de tidligere forslags 26, men også at Gitte nu får tildelt arbejde på sit første valg, nemlig i hovedsædet. Også Kristian får sit højeste ønske opfyldt, nemlig at arbejde i Region 3. Brian og Dennis er de store tabere i denne fordeling, idet de tildeles deres 7. prioritet i filialerne 5 og 6. Frederik får sit tredie valg, Region 2, mod Region 1 i de andre forslag. Louise, der også har en karakterrang 2, får derimod fortsat opfyldt sit højeste ønske om at arbejde i hovedsædet. Henrik, der har trediedårligste karakter får også fortsat sit højeste ønske opfyldt. Karakterrangen er i sig selv altså ikke afgørende for tildeling af arbejdssted - elevernes egen prioritering spiller fortsat en væsentlig rolle for fordelingen. Eksempelvis har Christina, Mark og Orla m.fl. fået samme arbejdssted tildelt i alle 3 forslag.
Personalechefen er dog ikke tilfreds med denne fordeling. Den ligner en afstraffelse af Brians og Dennis's dårlige karakterer og det ønsker han absolut ikke. Han overvejer derfor om han kan ændre fordelingen så de 2 får tildelt en mere attraktiv arbejdsplads.

Yderligere begrænsninger.

Personalechefen kan godt se at ikke alle kan få deres 1., 2. eller 3. prioritet opfyldt, men han synes ikke at nogen elever skal tildeles et arbejdssted, som ligger i nederste halvdel på deres ønskeliste.



11. Problemløser

Han indsætter derfor en sådan begrænsning i Problemløsers dialogboks, idet han tilføjer en betingelse om at alle prioriteter i O22:O36 skal være mindre end eller lig med 5 - se dialogboksen herover - og ved klik på Løs får han et nyt forslag.

Det nye forslag er meget venligere over for Brian og Dennis, der nu får opfyldt deres 3. prioritet - Brian i Filial 3 og Dennis i Filial 1. Dog får Elaine og Orla nu arbejdssted på deres 4. valg. Totalt set er der dog tale om en tydelig forbedring, idet summen af prioriteterne falder til 29 mod det tidligere forslags 33 - dvs. ønskelisten har fået noget større vægt i fordelingen og det var netop hvad personalechefen tilstræbte. Personalechefen er godt tilfreds med denne fordeling, der tager hensyn til såvel elevernes ønsker om fremtidige arbejdssted som uddannelseschefens ønske om at belønne de dygtigere elever uden at det udelukker elever med lavere karakterer i at få opfyldt deres højeste ønske, jfr. Louise og Henrik, der begge får deres højeste ønske opfyldt.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
20	Fordeling:																	
21		Karakterer	Hovedsæde	Region 1	Region 2	Region 3	Filial 1	Filial 2	Filial 3	Filial 4	Filial 5	Filial 6	Fordelt ja/nej	Point i alt	Prioritet max	Prioritet rang	Prioritet kar.	Prioritet opt
22	Anette	5	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	50	1	1	1	1
23	Brian	2	0	0	0	0	-0	0	1	0	0	0	1	16	3	7	1	1
24	Christina	8	1	0	-0	0	0	0	0	0	0	0	1	80	1	1	1	1
25	Dennis	1	0	0	0	0	1	0	0	0	-0	-0	1	8	3	7	1	1
26	Elaine	4	0	0	0	0	-0	0	0	0	1	0	1	28	4	2	4	2
27	Frederik	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	16	3	3	1	1
28	Gitte	10	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	100	1	1	4	4
29	Henrik	3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	30	1	1	1	1
30	Ida	5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	50	1	1	2	1
31	Jonas	7	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	70	1	1	1	1
32	Kristian	9	0	0	-0	1	0	0	0	0	0	0	1	90	1	1	2	4
33	Louise	2	1	-0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	20	1	1	1	1
34	Mark	4	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	32	3	3	3	3
35	Nadia	7	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	70	1	1	1	2
36	Orla	6	0	0	0	0	0	0	-0	0	0	1	1	42	4	2	2	2
37	I alt fordelt		3	2	2	2	1	1	1	1	1	1		702	29	33	26	26
38																		
39	Ønsket antal		3	2	2	2	1	1	1	1	1	1						

I stedet for at tage udgangspunkt i elevernes prioritering af fremtidig arbejdssted kunne personalechefen have beregnet hver enkelt elevs transporttid fra bopælen til de 10 afdelinger og fordelt eleverne på en måde der minimerede den samlede transporttid. Hvis der er forskel mellem elevernes ønsker og transporttid - dvs. når en elev prioriterer arbejdsstedet højere end tranporttiden og derfor er villig til at bruge længere tid på transporten til og fra arbejdet - vil en fordeling efter transporttid ikke imødekomme elevernes ønske.

Denne fordelingsmodel er særdeles anvendelig når elever skal fordeles på projektopgaver eller på studieretning eller når medarbejdere skal fordeles på opgaver. Eksempelvis er den velegnet i de tilfælde, hvor der er døgnbemanding - hospitaler, brandstationer og mange andre steder. Her er nattevagterne som regel de mindst ønskede og dagvagterne de foretrukne med aftenvagterne midt i mellem. Som 2. eventuelt 3. kriterium kan anvendes anciennitet, mødre med børn, antallet af små børn, tidligere nattevagter i året eller andre forhold, som tillægges betydning af virksomheden eller af medarbejderen.

Kvadratisk kriteriefunktion

I eksemplet med Bedstemor Ands marmelade er både begrænsningerne og kriteriefunktionen lineære - dvs. rette linier, jfr. figuren side 14. Kriteriefunktionen er den størrelse, der skal maksimeres (eller minimeres) og som i marmeladeeksemplet er summen af hvert produkts dækningsbidrag. Ofte er kriteriefunktionen dog ikke lineær, men kurvelineær - dvs. en potensfunktion. I eksemplet med optimal ordrefrekvens i kapitel 7 er kriteriefunktionen summen af ordre- og lageromkostninger, og som det fremgår af figuren side 7, kap. 7, er denne kriteriefunktion helt tydeligt en kurve.

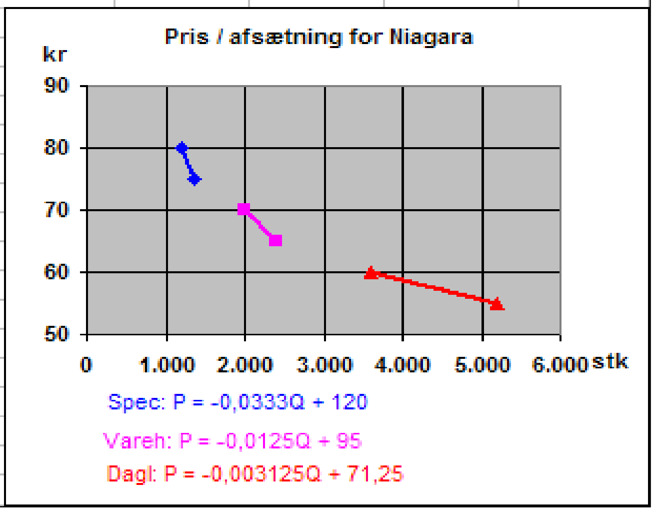
Problemer med kurvelineær kriteriefunktion kan naturligvis også løses med Problemløser. I marmelade eksemplet beregnede vi den optimale *produktionsmængde* af de forskellige marmelader for at maximere dækningsbidraget. I næste eksempel vises hvordan optimale *priser* kan beregnes når man kender afsætningsfunktionerne - det kan være en god ide at repetere side 12 i kapitel 6 vedrørende dannelse af matematisk forskrift.

Under budgetforhandlingerne er ledelsen i **Kuffertimportøren** nået til *Niagara* - en smart og fleksibel weekendtaske, som blev optaget i sortimentet i sidste år. Introduktionsprisen var i overensstemmelse med normalpraksis i virksomheden fastlagt i forhold til de forskellige købergrupper - nemlig 80 kr. til specialforretninger, 70 kr. til stormagasiner og varehuse og 60 kr. til dagligvareforretninger. Omsætningen havde ikke nået det forventede niveau på 500 til 550 t.kr., men var landet på 452 t.kr. ved et salg på 6.800 stk. - se specifikationen i efterfølgende figur - og bruttofortjenesten var heller ikke helt tilfredsstillende, så noget måtte der gøres, for at forbedre situationen.

En øget afsætning kunne helt sikker opnås ved at nedsætte prisen. Ifølge salgschefens vurdering vil en prisnedsættelse på 5 kr. pr. taske øge afsætningen med 150 stk. til specialforretninger, 400 stk. til stormagasiner og varehuse og 1600 stk. til dagligvarehandelen. Økonomichefen indskriver forslagene i regnearket med regnskabsspecifikationen og opstiller et XY-punktdiagram, underdiagram 1, hvori han afbilder de 2 priser og afsætningspunkter for hver købergruppe for sig. Han har nu 2 punkter på de 3 afsætningningskurver og ved at højreklikke på et punkt og vælge Tilføj tendenslinie beregner Excel den matematiske forskrift for afsætningsfunktionen.

I efterfølgende figur er forskrifterne for de 3 tendenslinier / afsætningsfunktioner placeret i bunden af diagrammet med en brugervenlig formatering, hvor Y er erstattet af P for pris og X er erstattet med Q for mængde. Afsætningsfunktionen for specialforretninger viser, at hver gang de ønsker at øge salget med 1 weekendtaske til denne købergruppe, skal prisen reduceres med 0,0333 kr. - se koefficienten til Q. Et salg på 1200 stk. kan derfor opnås ved at sætte prisen til: -0,0333*1200 + 120 = -40+120 = 80 kr. pr. taske, hvilket svarer til regnskabstallene. Ved priser på 120 kr. og derover vil der ikke være noget salg. På samme måde kan de 2 andre afsætningsfunktioner tolkes.

	A	B	C	D
1	Specialforretninger:			
2		Pris	Afsætning	Oms.
3	Regnskab	80	1.200	96.000
4	Forslag	75	1.350	
5				
6	Varehuse/stormag:			
7		Pris	Afsætning	
8	Regnskab	70	2.000	140.000
9	Forslag	65	2.400	
10				
11	Dagligvarehandel			
12		Pris	Afsætning	
13	Regnskab	60	3.600	216.000
14	Forslag	55	5.200	
15				
16	Oms. i alt		6.800	452.000
17	- vareforbrug	40	6.800	272.000
18	Br.fortjeneste			180.000



Niagaras omsætning er det mest skuffende, men heldigvis kan omsætningen nemt beregnes ud fra afsætningsfunktionerne, idet Oms = P * Q. I Pris / afsætningsdiagrammet beregnede vi værdien for P for de 3 forskellige købergrupper og sætter vi denne værdi ind i formelen for Oms fås for

specialforretninger: Oms = (-0,0333Q+120) * Q = $-0{,}0333Q^2 + 120Q$

varehuse/stormagasiner: Oms = (-0,0125Q+95) *Q = $-0{,}0125Q^2 + 95Q$

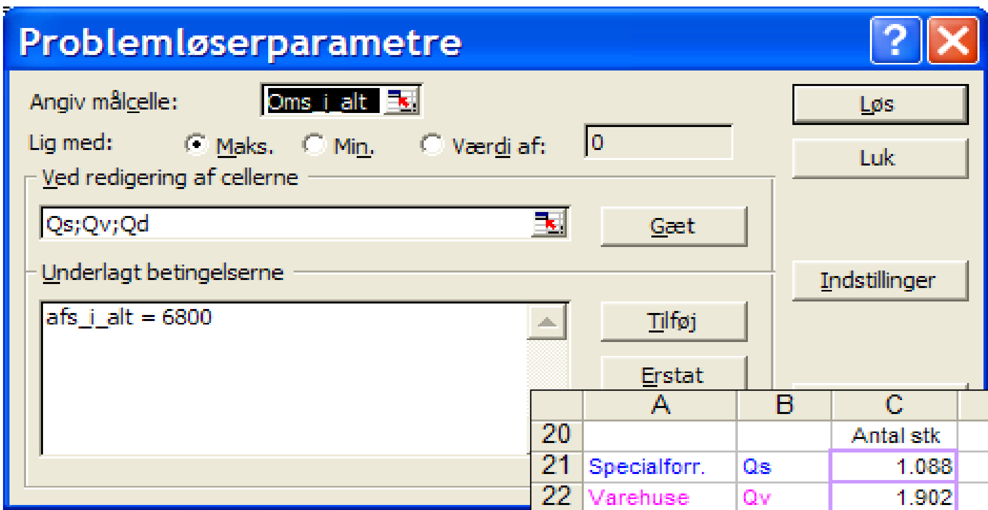
dagligvarehandelen: Oms = (-0,003125Q+71,25) * Q = $-0{,}003125Q^2 + 71{,}25Q$

Økonomichefen ønsker først en vurdering af om introduktionsprisen var optimalt sat ud fra de beregnede afsætningsfunktioner. Ved at beregne omsætningen for hver købergruppe og dividere den med antal solgte tasker kan han beregne den bedste pris og han opstiller derfor efterfølgende omsætningskalkule, der tager udgangspunkt i et salg på 100 stk. til hver købergruppe. Omsætningen er beregnet ud fra ovenstående formler - se kolonne E i figuren, hvor cellerne C21, C22 og C23 er navngivet Qs, Qv og Qd. Salgsprisen i kolonne F er beregnet som Omsætning/antal solgte tasker - formelen ses i kolonne G. Det ses at et salg på 100 stk. til specialforretninger giver en omsætning på 11667 kr., og det opnås ved at sætte salgsprisen til 116,67 kr.

afs_i_alt = =SUM(Qs:Qd)

	A	B	C	D	E	F	G
20			Antal stk	Oms	Formler	Salgspris	Formler
21	Specialforr.	Qs	100	11.667	=-0,0333333*Qs^2+120*Qs	116,67	=D21/Qs
22	Varehuse	Qv	100	9.375	=-0,0125*Qv^2+95*Qv	93,75	=D22/Qv
23	Dagligvare	Qd	100	7.094	=-0,003125*Qd^2+71,25*Qd	70,94	=D23/Qd
24	Oms. i alt		300	28.135	=SUM(D21:D23)		
25	-vareforbrug			12.000	=afs_i_alt*40		
26	Br.fortjeneste			16.135	=D24-D25		

For at finde den bedste pris på basis af de 3 afsætningsfunktioner, må han maximere Oms i celle D24 ved at justere på antal solgte tasker - Qs, Qv og Qd, som i overensstemmelse med regnskabet i alt skal udgøre 6800 stk. og det kan han nemt gøre med Problemløser. Bemærk omsætningen (=kriteriefunktionen) er en sum af 3 kvadratiske funktioner (andengradsligninger) i Q og derfor skal markeringen i Antag lineær model under Indstillinger fjernes, medens Antag ikke-negativ skal være markeret med flueben.



	A	B	C	D	E
20			Antal stk	Oms	Salgspris
21	Specialforr.	Qs	1.088	91.120	83,72
22	Varehuse	Qv	1.902	135.485	71,22
23	Dagligvare	Qd	3.809	226.067	59,35
24	Oms. i alt		6.800	452.672	
25	-vareforbrug			272.000	
26	Br.fortjeneste			180.672	

11. Problemløser

Problemløsers løsning resulterer i en samlet omsætning og bruttofortjeneste, der kun er lidt større end realiseret i regnskabet. Beregnet pris og afsætning til de 3 købergrupper er derimod noget forskellig fra regnskabstallene - priserne burde have været højere til Specialforretningerne og Varehuse, men lavere til dagligvarehandelen. Udover at de beregnede priser giver en anelse større bruttofortjeneste, er de først og fremmest bedre fordi Excel varierer antal solgte weekendtasker, indtil *omsætningen fra den sidst solgte taske giver samme omsætning / indtægt fra alle 3 købergrupper.*

At det er tilfældet kan nemt kontrolleres ved at beregne den stigning i omsætningen, som den sidst solgte taske har medført - ved at indsætte de ovenfor beregnede antal tasker minus 1 i formlen. Som det fremgår af efterfølgende beregninger har den sidst solgte enhed medført en meromsætning på 47,44 kr. hos alle 3 købergrupper:

Specialforr.		Varehuse		Dagligvare	
Stk.	Oms.	Stk.	Oms.	Stk.	Oms.
1.087	91.072,08	1.901	135.437,92	3.808	226.019,18
1.088	91.119,52	1.902	135.485,36	3.809	226.066,62
Meroms:	47,44	Meroms:	47,44	Meroms:	47,44

Meromsætningen - her på 47,44 kr. - kaldes grænseomsætningen (forkortes som regel til Groms - engelsk: Marginal Revenue = MR), og den vil vi bruge til at bestemme den optimale pris. Uden bevis skal her blot anføres at Groms kan beregnes ved at gange koefficienten til Q i afsætningsfunktionen med 2 - dvs.:

groms Specialfor. = $2 * -0{,}0333*Q + 120 = -0{,}0666Q + 120$

groms Varehuse = $2 * -0{,}0125*Q + 95 = -0{,}0250Q + 95$

groms Dagligvare = $2 * -0{,}003125*Q + 71{,}25 = -0{,}00625Q + 71{,}25$

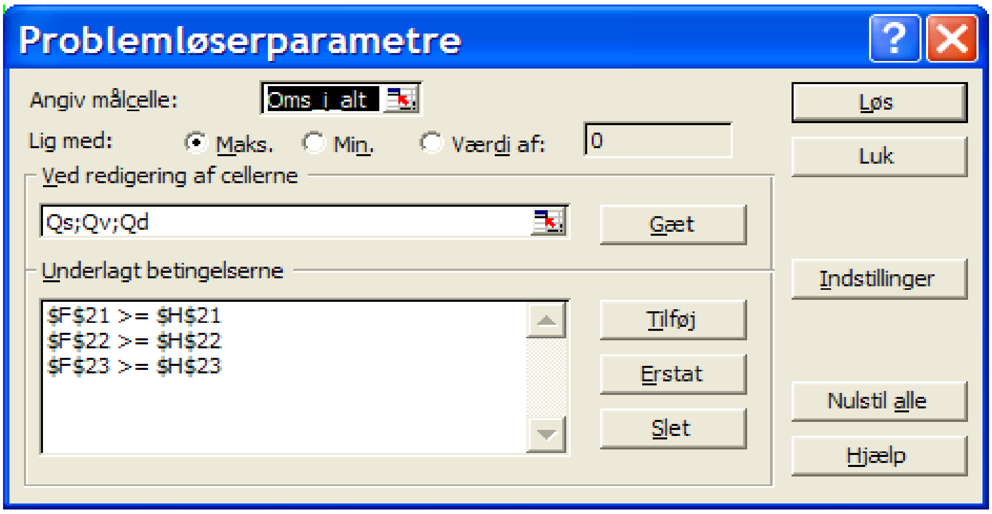
Af formlerne ses at grænseomsætningen falder dobbelt så hurtigt som afsætningen.

De beregnede priser viser at **Kuffertimportøren** får en indtægt på 47,44 kr. for den sidst solgte weekendtaske uanset hvilken købergruppe der sælges til. Indkøbsprisen for *Niagara* er 40 kr. pr. stk., og så længe indtægten fra den sidst solgte taske er højere end købsprisen, tjener **Kuffertimpotøren** på salget. Det kan derfor betale sig at sætte prisen ned for at forøge salget, men kun indtil indtægten fra den sidst solgte taske er lig med eller større end købsprisen. Økonomichefen udvider derfor omsætningskalkulen med en beregning af Groms i kolonne F efter de udviklede formler og i kolonne H angives købsprisen for tasken.

F21 = =-0,066666*Qs+120

	A	B	C	D	E	F	G	H
20			Antal stk	Oms	Salgspris	Groms		Købspris
21	Specialforr.	Qs	1.088	91.120	83,72	47,44	>=	40,00
22	Varehuse	Qv	1.902	135.485	71,22	47,44	>=	40,00
23	Dagligvare	Qd	3.809	226.067	59,35	47,44	>=	40,00
24	Oms. i alt		6.800	452.672				
25	-vareforbrug			272.000				
26	Br.fortjeneste			180.672				

Med PROBLEMLØSER kan han nu nemt beregne de optimale priser, idet de bedst opnåelige priser er de, der resulterer i at indtægten fra den sidst solgte taske (= Groms) er større end eller lig med købsprisen. I PROBLEMLØSER's dialogboks fjerner han den tidligere betingelse og føjer den nye til som vist i figuren herunder



Resultatet af beregningen er, at den optimale pris til Specialforretningerne er 80 kr. pr. taske; 67,50 kr. til Varehuse og 55,63 kr. til Dagligvarehandelen, og at det giver en samlet afsætning på 8400 tasker, en omsætning på 522.625 kr. - en forøgelse på mere end 70,000 kr. - og en bruttofortjeneste på 186.625 kr. - se figuren herunder. En prisreduktion på 5 kr., som oprindelig foreslået, kan altså ikke betale sig. Prisen på 80 kr. til Specialforretningerne skal fastholdes medens en prisnedsættelse på 2,50 kr. vil øge salget med 200 stk. til Varehuse og en prisnedsættelse på 4,37 kr. til Dagligvare-forretningerne vil give en stigning i salget på 1400 stk.

	A	B	C	D	E	F	G	H
20			Antal stk	Oms	Salgspris	Groms		Købspris
21	Specialforr.	Qs	1.200	96.000	80,00	40,00	>=	40,00
22	Varehuse	Qv	2.200	148.500	67,50	40,00	>=	40,00
23	Dagligvare	Qd	5.000	278.125	55,63	40,00	>=	40,00
24	Oms. i alt		8.400	522.625				
25	-vareforbrug			336.000				
26	Br.fortjeneste			186.625				

De utilfredsstillende regnskabsresultater kan altså henføres til at introduktionspriserne over for Vare-huse og Dagligvareforretningerne var for høje medens prisen til Specialforretningerne ramte lige i øjet. De kan derfor med fordel sætte priserne til Varehuse og Dagligvareforretninger ned til de beregnede optimale priser, idet det vil maximere bruttofortjenesten.

☞☞☞ Som vist i øvelserne til kapitel 9 sættes priserne rent faktisk ikke ned, men i stedet ydes større rabatter til kunderne - godt 3,5 % yderligere rabat til Varehuskunder og godt 7 % til Dagligvarehandelen.

11. Problemløser

Problemløser og matematik

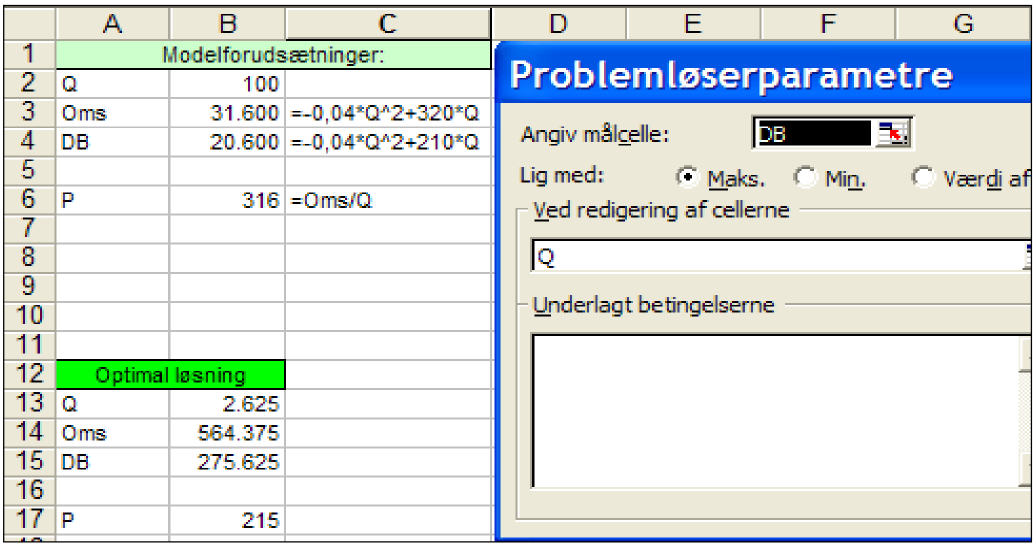
Parabels toppunkt

I eksemplet side 10 i kapitel 6 vistes hvorledes det er muligt at finde optimal pris og afsætning ved aflæsning af en graf for dækningsbidraget. Ved aflæsning af grafen - og tabellen - fik vi en optimal pris på 220 kr. pr. kuffert og et salg på 2500 kufferter. Ved hjælp af Problemløser vil vi kontrollere om løsningen er korrekt.
På side 12 i samme kapitel fandt vi en matematisk forskrift for omsætningen - nemlig:

Oms = $-0{,}04 \cdot Q^2 + 320Q$ - og for dækningsbidraget:

DB = $-0{,}04 \cdot Q^2 + 210Q$, hvor Q er antal solgte kufferter.

I figuren herunder er beregnet Oms og DB ud fra de fundne forskrifter med Q = 100 og formlerne vist i kolonne C. I Problemløsers dialogbox skrives DB i målcellen og med markering i Max. Den eneste variabel, der kan og skal ændres er den solgte mængde Q. Da en parabel kun har et entydigt toppunkt er der ikke behov for begrænsninger. Ved klik på Løs fås den anførte optimale løsning, der viser at parablens toppunkt har koordinaterne (Q,DB) = (2625 , 275.625). Den grafiske aflæsning på 2500 kufferter er altså ikke helt nøjagtig - det korrekte er 2625 kufferter og dette salg kan opnås ved at sætte prisen til 215 kr. mod grafaflæsningen på 220 kr. pr. kuffert. På trods af den lidt lavere pris forøges DB dog med 625 kr. til 275.625 kr.



Ligningsforskrift for en ret linie

I kapitel 9 vistes hvorledes skæringspunkter mellem 2 funktioner kan findes med målsøgning. Et andet hyppigt forekommende problem er bestemmelse af en forskrift for en ret linie. Med den rigtige formulering kan det nemt gøres med PROBLEMLØSER.

I ovenstående eksempel med kvadratisk kriteriefunktion - prisoptimering for week-end tasken Niagara - bestemtes afsætningsfunktionerne for de 3 forretningstyper grafisk - nemlig som forskrifter for tendenslinierne gennem de oplyste punkter. Med PROBLEMLØSER kan forskrifterne dog findes direkte uden den grafiske fremstilling.

Den generelle forskrift for en ret linie er: Y = aX + b, hvor Y er den afhængige (af X) variabel. For en afsætningsfunktion angives forskriften sædvanligvis som: P = aQ + b, hvor P - prisen - er den afhængige variabel og Q - mængden - er den uafhængige variabel. En bestemmelse af forskriften for den rette linie vil sige at bestemme koefficienterne a og b på en sådan måde at den rette linie går gennem 2 givne sammenhørende værdier af Q og P - dvs. en løsning af 2 ligninger med 2 ubekendte. I samme eksempel vistes også hvorledes omsætningen - og groms - kan bestemmes ud fra den afsatte mængde Q og koefficienterne a og b i afsætningsfunktionen. Kendskab til 2 sammenhængende værdier af Q og omsætning eller Q og groms vil derfor også muliggøre beregning af a og b

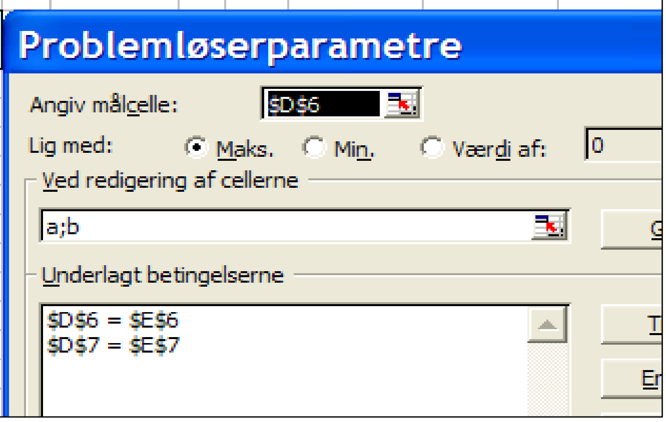
11. Problemløser

I efterfølgende figur er vist sammenhængene mellem Q, P, Oms og groms - se kolonne E - for 2 vilkårligt valgte værdier af a og b. For en given værdi af Q - indtastet i kolonne B - beregnes den i kolonne C angivne afhængige variabels værdi i kolonne D med den formel, der er vist i kolonne E.
I række 2 kolonne F til I er angivet den afsætningsfunktion - P = aQ+b - der er basis for beregningerne i kolonne D. Med kendskab til 2 af de angivne sammenhænge er det muligt at finde værdierne af a og b.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	a	-0,1				Afsætningsfunktion:			
2	b	500				P	: -0,1 Q	+	500
3									
4				Afhængige variabels værdi					
5	For:		Fås:	Beregnet	med formel:				
6	Q =		P =	500	=a*B6+b				
8	Q =		Oms =	0	=a*B8^2+b*B8				
10	Q =		groms =	500	=2*a*B10+b				
12	P=		Oms =	0	=((B12^2)/a)-(B12*b/a)				
14	P=		groms =	-500	=2*B14-b				
16	groms=		Oms =	625000	=(B16^2-b^2)/(4*a)				

Da der altid skal anvendes 2 forskellige kendte værdier af den afhængige og uafhængige variabel er alle sammenhænge dubleret for at komplettere beregningsmodellen - se efterfølgende figur. Som det erindres fra Niagara-eksemplet var der i Specialforretningerne opnået en afsætning på 1200 tasker ved en pris på 80 kr. pr. stk. og det forventes at afsætningen vil øges til 1350 stk. ved en pris på 75 kr. pr. stk. Disse 2 værdier for Q er indtastet i B6 og B7. I D6 og D7 beregnes de tilsvarende værdier for P under anvendelse af den anførte afsætningsfunktion, hvor a = -0,01 og b = 500. De ønskede eller korrekte priser er angivet i E6 og E7. Opgaven er derfor at ændre a og b indtil de beregnede priser er lig med de ønskede priser og det gøres nemt med PROBLEMLØSER - se indsatte dialogboks. Da lighedstegnene skal være gældende er det uden betydning om målcellen maximeres eller minimeres ligesom en vilkårlig celle i kolonne D kan vælges som målcelle. Som vist i dialogboksen skal a og b varieres indtil de angivne betingelser er opfyldte:

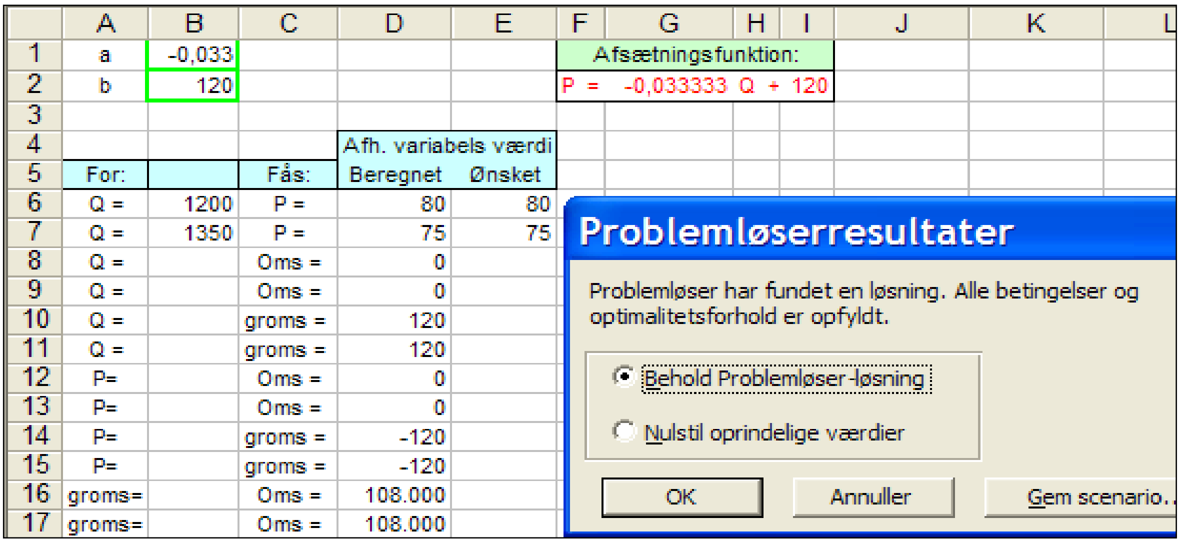
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	a	-0,01				Afsætningsfunktion:			
2	b	500				P =	-0,01 Q	+	500
3									
4				Afh. variabels værdi					
5	For:		Fås:	Beregnet	Ønsket				
6	Q =	1200	P =	488	80				
7	Q =	1350	P =	487	75				
8	Q =		Oms =	0					
9	Q =		Oms =	0					
10	Q =		groms =	500					
11	Q =		groms =	500					
12	P=		Oms =	0					
13	P=		Oms =	0					
14	P=		groms =	-500					
15	P=		groms =	-500					
16	groms=		Oms =	6.250.000					
17	groms=		Oms =	6.250.000					



Resultatet af beregningerne er vist i efterfølgende figur, der viser at afsætningsfunktionen kan beregnes til P = -0,033Q + 120 - altså samme resultat som den grafiske løsning gav.

11. Problemløser

I nærværende eksempel er a og b bestemt ud fra 2 sammenhængende værdier af Q og P, men koefficienterne kan beregnes ud fra 2 vilkårlige sammenhænge af de i alt 12 muligheder angivet i rækkerne 6 til 17 i figuren - dog skal de afhængige såvel som de uafhængige variablers værdier være forskellige.



	A	B	C	D	E
1	a	-0,033			
2	b	120			
3					
4				Afh. variabels værdi	
5	For:		Fås:	Beregnet	Ønsket
6	Q =	1200	P =	80	80
7	Q =	1350	P =	75	75
8	Q =		Oms =	0	
9	Q =		Oms =	0	
10	Q =		groms =	120	
11	Q =		groms =	120	
12	P=		Oms =	0	
13	P=		Oms =	0	
14	P=		groms =	-120	
15	P=		groms =	-120	
16	groms=		Oms =	108.000	
17	groms=		Oms =	108.000	

Problemløser er en optimeringsalgoritme og ikke en algoritme til løsning af ligninger. Beregning af a og b, der involverer Pris og Oms - i række 12 og 13 - vil derfor ofte resultere i at Problemløser ikke kan finde en løsning. Det skyldes den meget komplekse formel (2. gradsligning med division af koefficienterne a og b - se ovenfor), der (som regel) vil have 2 løsninger. Ved forskellige indgreb kan Problemløsers evne til at finde de rigtige værdier af a og b dog forbedres: Under indstillinger i Problemløsers dialogboks markeres feltet kvadratisk (en sådan markering bør gøres for alle formler, hvor den afhængige variabel kvadreres) og under begrænsninger tilføjes 2 yderligere begrænsninger - nemlig at a skal være mindre end et lille negativt tal og b større end et lille positivt tal - f.eks. a <= -0,000000001 og b => 1. Endelig kan ændringer af a og b's startværdier - som regel er store værdier af b mest fordelagtig - forbedre mulighederne for at beregningerne kan udføres.